非協力が観察可能なジレンマゲームにおける協力均衡の安定性について

西　原　　　宏*

論文要旨：非協力が観察可能性なジレンマゲームにおいて，全員または一部のプレイヤーによる協力が実現するナッシュ均衡について，プレイヤーの選択ミスに対する安定性とプレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性を検討する．前者に関しては，これらの均衡は逐次均衡であり，ナッシュ均衡となるほとんどすべての場合に強完全均衡であることが示される．しかし，後者については，提携安定的ナッシュ均衡であることが保証できず，安定性を持たないことが示される．

1　序

社会において，個人の合理的な選択と社会的に望ましい選択が相反することは少なくない．人々が私的利益を追求することにより社会的に好ましくない結果が生じる状況を社会的ジレンマという．環境汚染，環境破壊，資源の濫費，交通問題，フリーライダー問題などの社会問題がこれに当たる．

社会的ジレンマの解消の可能性については，これまでに多くの研究が行われている（Friedman 1971, Fudenberg and Maskin 1986, Axelrod 1987，Kalai 1981, Okada 1993，Varian 1994 など）．西原（1997，2011）は，人々の互い

*福岡大学経済学部

の行動に対する観察可能性が社会的ジレンマの生起に関して重要な要素であることを示した．特に，西原（2011）は，非協力の採られた回数を人々が知ることができるという情報構造のもとでは，全員または一部のプレイヤーが協力を行うナッシュ均衡が存在し，この情報構造は協力実現に対して高い有効性をもつことを示した．

本論文の目的は，西原（2011）の示したナッシュ均衡について安定性を検討することにある．ナッシュ均衡の安定性は，プレイヤーの選択ミスに対する安定性とプレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性という 2 つの観点から検討することができる．それぞれ多くの均衡概念が考案されているが，本稿では，前者については，逐次均衡，完全均衡，強完全均衡を，後者については，提携安定的ナッシュ均衡を用いて安定性を検討する．

分析の結果，全員による協力を実現するナッシュ均衡と一部のプレイヤーによる協力を実現するナッシュ均衡のどちらについても，逐次均衡であり，一般に完全均衡ではないがほとんどすべての場合に強完全均衡であること，一般に提携安定的ナッシュ均衡ではないことが示される．これによって，上述の 2 つの均衡は，プレイヤーの選択ミスに対しては相当の安定性を持つものの，プレイヤーのグループによる逸脱に対しては安定でないことが明らかとなる．

本論文の構成は以下の通りである．次節でモデルを定式化し，第 3 節で均衡概念の定義を行う．第 4 節でプレイヤーの選択ミスに対する安定性の分析を行い，第 5 節ではプレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性を検討する．最終 6 節を結句にあてる．

2　モデル

社会的ジレンマの状況は次のような標準形ゲーム $< N, \{C, D\}, \{f_i\}_{i \in N} >$ によって表される（Shelling 1978, Dawes 1980）．このゲームは **n 人囚人のジレンマ**と呼ばれる．ここで，$N = \{1, 2, ..., n\}$（$n \geq 2$）はプレイヤーの集合，C（協力）と D（非協力）は各プレイヤーの選択できる行動，$f_i : \{C, D\} \times \{0, 1, ..., n-1\} \to \mathbf{R}$ はプレイヤー i の利得関数である．$f_i(a, k)$ の値は，プレイヤー i が行動 $a \in \{C, D\}$ を採り，彼以外のプレイヤーの中で k 人が C を採るときの彼のフォンノイマン・モルゲンシュテルン効用関数の値を表す．f_i について次の 3 つの仮定を置く:

（A.1）すべての k について $f_i(C, k) < f_i(D, k)$,

（A.2）$f_i(C, n-1) > f_i(D, 0)$,

（A.3）$f_i(C, k)$ と $f_i(D, k)$ は，k についての厳密な増加関数.

各仮定の意味は以下の通りである.（A.1） は，他のプレイヤーがどのような選択を行っているとしても，C を採るよりも D を採ることでより高い利得が得られることを意味する.（A.2）は，全員が D を採る状況よりも全員が C を採る状況の方がより望ましいことを意味する.（A.3）は，C と D のどちらの行動を採ったときでも, 他のプレイヤーの中で C をとる者が多いほど利得は高くなることを意味する.

この標準形ゲームでは,（A.1）により, どのプレイヤーにとっても D が支配戦略である．しかし,（A.2）より，どのプレイヤーにとっても全員が C を採る状況の方が全員が D を採る状況よりも望ましい．こうして，個人にとっての合理的選択が社会にとって好ましい行動と相反する「社会的ジレンマ」の状

況が表されると考えられている．

Nishihara（2011）は，n 人囚人のジレンマの同時手番の仮定は，人々が選択を行っている間に選ばれた行動について何の情報も伝わらない状況を表しているが，非協力の選択は，しばしばその行為そのものやその痕跡から他者に観察されることを指摘し，それを明示的に表すモデルによって社会的ジレンマの生起について再検討した．この状況は次の（i）から（iv）の構造をもつ展開形ゲームで表される．

（i）最初のノードは「自然」の手番で，$1, 2, ..., n$ の順列の全体から等確率で 1 つが選び出される．順列の全体を Π で表す．Π の要素を一般に π で表し**順序**と呼ぶ．順序 π が与えられたとき，$\pi(i)$ によってプレイヤー i の順番を表す[1]．

（ii） 各プレイヤーは,「自然」の選んだ順序に従って手番を持ち，C または D を選択する．

（iii）Q_i^k をプレイヤー i の手番の前に k 人のプレイヤーが D を採るときに到達するプレイヤー i の意思決定ノードの集合とし，$\mathscr{Q}_i = \left\{Q_i^0, ..., Q_i^{n-1}\right\}$ と定義する．プレイヤー全体の情報構造は，$\mathscr{Q} = \{\mathscr{Q}_1, ..., \mathscr{Q}_n\}$ で表される．

（iv） すべてのプレイヤーが C または D の選択を行った後，各プレイヤー i は，自分の選択 a と他のプレイヤー中で C を採った人数 k によって，利得 $f_i(a, k)$ を獲得する．

このゲームでは，まず「自然」によってランダムに人々の行動の選択の順序が決められる．各プレイヤーは，その順序によって C か D を選ぶが，選択の時点において自分の前に D を採った人数を知る．すべてのプレイヤーが選択

[1]例えば，$\pi = (2, n, ..., 3)$ のとき，$\pi(2) = 1$，$\pi(n) = 2$，$\pi(3) = n$ である．

を行った後，各プレイヤーは，自分および他者の選択の結果としてジレンマゲームの利得を獲得する．このゲームを**非協力が観察可能なジレンマゲーム**と呼び $\Gamma(\mathscr{Q})$ で表す.

3　戦略と均衡概念

$\Gamma(\mathscr{Q})$ を分析するための基本的な概念と記号を以下のように定義する.

プレイヤー i の**戦略**を $K \subseteq \{0, 1, ..., n-1\}$ をパラメータとして s_i^K で表わし，$k \in K$ のとき $s_i^K(Q_i^k) = C$，$k \notin K$ のとき $s_i^K(Q_i^k) = D$ と定義する．S_i で，プレイヤー i の**戦略の集合**を表す. プレイヤー 1 から n の戦略を並べたものを**戦略プロファイル**と呼ぶ．$S = \prod_{i \in N} S_i$ は，戦略プロファイルの集合である.

戦略プロファイル s が与えられたとき，順序 π の後に s によって選ばれる行動の列を π における s のプレイと呼ぶ. 各順序における s のプレイをすべての順序について記述したものを s のプレイと呼ぶ．順序 π における s のプレイの中で C をとる人数を $n(\pi, s)$ で表す.

戦略プロファイル s におけるプレイヤー i の期待利得を $u_i(s)$ によって表す. すべての $i \in N$ と $s_i' \in S_i$ について $u_i(s) \geq u_i(s_i', s_{-i})$ が成り立つとき，s は**ナッシュ均衡**であると定義する．ただし， s_{-i} は s に含まれる戦略の中で，i 以外のプレイヤーの戦略の組を表し，(s_i', s_{-i}) は s_i' と s_{-i} の組み合わせからなる戦略プロファイルを表す． すべての $i \in N$ と $s_i' \in S_i - \{s_i\}$ について $u_i(s) > u_i(s_i', s_{-i})$ が成り立つとき，s は**厳密なナッシュ均衡**であると定義する

Selten（1975）は，完全均衡（perfect equilibrium）の概念によってプレイ

ヤーの選択ミスに対する安定性という観点からナッシュ均衡を精緻化した．その後多くの研究者によってその議論は深められ，これまでに多くの均衡概念が提案されている[2]．

$b_i : \mathscr{Q} \times \{C, D\} \to [0,1]$（ただし，$b_i(Q_i^k, C) + b_i(Q_i^k, D) = 1$）をプレイヤー i の**行動戦略**という．なお，行動戦略 b_i が，すべての k について $b_i(Q_i^k, a^k) = 1$（$a^k \in \{C, D\}$）であるとき，この行動戦略と $s_i(Q_i^k) = a^k$ なる戦略 s_i を同一視する．関数 $\eta_i : \mathscr{Q}_i \times \{C, D\} \to (0,1)$（ただし，$\eta_i(Q_i^k, C) + \eta_i(Q_i^k, D) < 1$）の n 組 $\eta = (\eta_1, ..., \eta_n)$ のクラス $H(\mathscr{Q})$ を考える．以下では，$\lim_{\nu\to\infty} \eta^\nu = 0$ は，$\lim_{\nu\to\infty} \eta_i^\nu(Q_i^k, a) = 0$（$\forall i$，$\forall k$，$a = C, D$）を意味し，$\lim_{\nu\to\infty} b^\nu = b^*$ は，$\lim_{\nu\to\infty} b_i^\nu(Q_i^k, a) = b_i^*(Q_i^k, a)$（$\forall i$，$\forall k$，$a = C, D$）を意味するとする．

$\eta \in H(\mathscr{Q})$ に対して**摂動ゲーム**（perturbed game）$\Gamma_\eta(\mathscr{Q})$ を $\Gamma(\mathscr{Q})$ と同じ構造をもつ展開形ゲームで，各プレイヤー i が $b_i(Q_i^k, a) \geq \eta_i(Q_i^k, a)$ の範囲で行動戦略を採ることのできるゲームと定義する．摂動ゲームにおいて採りうる行動戦略を**許容戦略**（admissible strategy）といい，プレイヤー i の許容戦略の集合を $B_i(\eta)$ で表す．許容戦略の組 $b \in B(\eta) \equiv \prod_{i\in N} B_i(\eta)$ が与えられたときのプレイヤー i の期待利得を $U_i^\eta(b)$ で表す．

定義 3.1. ゲーム $\Gamma(\mathscr{Q})$ の行動戦略の組 b^* について，$\lim_{\nu\to\infty} \eta^\nu = 0$ を満たす列 $\{\eta^\nu\}_{\nu=1}^\infty$ と $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ の行動戦略の組の列 $\{b^\nu\}_{\nu=1}^\infty$ が存在して，以下の 2 つの条件が成り立つとき，b^* を $\Gamma(\mathscr{Q})$ の**完全均衡**と定義する：

（i）b^ν は，$\Gamma_{\eta^\nu}(Q)$ のナッシュ均衡である，即ち，各 $i \in N$ について

$$U_i^{\eta^\nu}(b_i^\nu, b_{-i}^\nu) = \max_{b_i \in B_i(\eta^\nu)} U_i^{\eta^\nu}(b_i, b_{-i}^\nu),$$

[2]詳しくは van Damme (1991) 参照．

（ii） $\lim_{\nu\to\infty} b^\nu = b^*$.

完全均衡の安定性の条件をより強めた均衡概念として Okada（1981）によって定義された強完全均衡（strictly perfect equilibrium）がある．それは次のように定義される．

定義 3.2. ゲーム $\Gamma(\mathscr{Q})$ の行動戦略の組 b^* について，$\lim_{\nu\to\infty} \eta^\nu = 0$ を満たす**任意の**列 $\{\eta^\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ に対して $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ の行動戦略の組の列 $\{b^\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ が存在して，以下の 2 つの条件が成り立つとき，b^* を $\Gamma(\mathscr{Q})$ の**強完全均衡**と定義する：

（i） b^ν は，$\Gamma_{\eta^\nu}(Q)$ のナッシュ均衡である，即ち，各 $i \in N$ について

$$U_i^{\eta^\nu}(b_i^\nu, b_{-i}^\nu) = \max_{b_i \in B_i(\eta^\nu)} U_i^{\eta^\nu}(b_i, b_{-i}^\nu),$$

（ii） $\lim_{\nu\to\infty} b^\nu = b^*$.

完全均衡においては，何らかの列 $\{\eta^\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ に対して $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ の行動戦略の列があって b^* に収束することが要求される．一方，強完全均衡においては，任意の列 $\{\eta^\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ に対して，そのようなナッシュ均衡の列が存在しなければならない．したがって，強完全均衡の方がより強い条件が課せられている．

逆に，完全均衡の条件を緩めて均衡のチェックを容易にしたものとして Kreps and Wilson（1982）によって定義された逐次均衡（sequential equilibrium）がある．これは次のように定義される．すべての $i = 1, ..., n$ と $k = 0, 1, ..., n-1$ について $0 < b_i(Q_i^k, C) < 1$，$0 < b_i(Q_i^k, D) < 1$ （$i \in N$）のとき，行動戦略の組 $(b_1, ..., b_n)$ は**完全に確率的**であるという．完全に確率的な行動戦略の組 $b = (b_1, ..., b_n)$ が与えられたとき，プレイヤーの情報集合 Q_i^k に含まれる意思

決定ノード x について，b のもとで x に到達する確率が次のように定義される．

$$p(x:b)=\frac{1}{n!}p_{i_1}p_{i_2}...p_{i_k}$$

ただし,「自然」の手番の後にプレイヤー i_1 が情報集合 $Q_{i_1}^{j_1}$ で a_1 を採り，プレイヤー i_2 が情報集合 $Q_{i_2}^{j_2}$ で a_2 を採り,...,　プレイヤー i_k が情報集合 $Q_{i_k}^{j_k}$ で a_k を採った後にノード x に到達するとき，$p_{i_l}=b_{i_l}(Q_{i_l}^{j_l},a_l)$ と定義する．さらに，

$$p_h(x:b)=\frac{p(x:b)}{\sum_{x'\in h}p(x':b)}$$

を $x\in h$ の b における情報集合 h における**条件付確率**と呼ぶ．一方，すべての情報集合 h に対して，その中のノード x 上の確率分布 ρ_h を対応させる関数 ρ を**予想**と呼ぶ．すべての情報集合 h とすべての $x\in h$ について，

$$p_h(x:b)=\rho_h(x)$$

であるとき，ρ は b から**導かれる予想**であるという．プレイヤーの行動戦略と予想が与えられたとき，プレイヤー i の各情報集合 h について，

$$U_{i,h}(b:\rho)=\sum_{x\in h}\rho_h(x)\sum_{z\in W_x}p_x(z:b)u_i(z)$$

と定義する．ただし，W_x は x から到達しうる最終ノードの集合，$p_x(z:b)$ はノード x の後に b に従って選択が進むときに最終ノード z に到達する確率，$u_i(z)$ は最終ノード z に到達するときプレイヤー i が得られる利得を表す．$U_{i,h}(b:\rho)$ は，行動戦略の組 b が採られるときに，情報集合 h における予想 ρ によるプレイヤー i の期待利得を表す．逐次均衡を次のように定義する．

定義 3.3. $\Gamma(\mathscr{Q})$ の行動戦略の組 $b^*=(b_1^*,...,b_n^*)$ と予想 $\rho*$ の組 (b^*,ρ^*) について以下の条件が成り立つとき，$b^*=(b_1^*,...,b_n^*)$ は**逐次均衡**であると定義する．

完全に確率的な行動戦略と予想の列 $\{(b^\nu, \rho^\nu)\}_{\nu=1}^{\infty}$ が存在して，

（i） 各 $\nu = 1, 2, ...$ において b^ν から予想 ρ^ν が導かれ，

$$\lim_{\nu\to\infty}(b^\nu, \rho^\nu) = (b^*, \rho^*),$$

（ii） すべてのプレイヤー i の各情報集合 h において

$$U_{i,h}(b_i^*, b_{-i}^* : \rho^*) = \max_{b_i} U_{i,h}(b_i, b_{-i}^* : \rho^*).$$

以上がプレイヤーの選択ミスに対する安定性に関する均衡概念である．

プレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性に関する均衡概念としては，Bernheim *et al.* (1987) によって提案された提携安定的ナッシュ均衡を用いる．

一般に m 人標準形ゲームを $G = (S_1, ..., S_m, u_1, ..., u_m)$ で表す．プレイヤーの集合 $\{1, 2, ..., m\}$ の非空の部分集合を**提携**と呼ぶ．$m-1$ 人以下のプレイヤーからなる任意の提携 $K \subset \{1, 2, ..., m\}$ に対し，$-K$ に入るプレイヤーの戦略を t に固定して K に入るプレイヤーによるゲームを考え G/t で表す． 詳しく言えば，このゲームは，$G/t = (\{S_i\}_{i\in K}, \{\bar{u}_i\}_{i\in K})$ と表され，$\bar{u}_i : \prod_{i\in K} S_i \to R$ は任意の $s \in \prod_{i\in K} S_i$ について $\bar{u}_i(s) = u_i(s, t)$ と定義される．便宜的に $K = \{1, 2, ..., m\}$ のときは，$G/t = G$ と定義する．**提携安定的ナッシュ均衡**（coalition proof Nash equilibrium）は次のように定義される．

定義 3.4.

（i） $i \in \{1, 2, ..., m\}$ と $t \in N\backslash\{i\}$ が与えられたとき，$t' \in S_{\{i\}}$ が G/t の利得関数 $\bar{u}_i(s)$ を最大化するならば，t' は G/t の**提携安定的ナッシュ均衡**である．

（ii） $l \geq 2$ のとき，$|K| < l$ なる任意の提携 K と任意の $t \in S_{-K}$ について，

G/t の提携安定的ナッシュ均衡が定義されていると仮定する[3]．このとき，

（a）$|K| = l$ なる提携 K と $t \in S_{-K}$ が与えられたとき，次の条件が成り立つならば，$\hat{s} \in S_K$ は G/t において**自律安定的**（*self-enforcing*）であると定義する：任意の $J \subset K$ $(J \neq \phi)$ について，$\hat{s}_J$ は，$G/(t, \hat{s}_{-J})$ の提携安定的ナッシュ均衡である．

（b）$|K| = l$ なる提携 K と $t \in S_{-K}$ が与えられたとき,$\hat{s} \in S_K$ が自律安定的であり，かつ，次の条件が成り立つならば，$\hat{s}$ は G/t における**提携安定的ナッシュ均衡**であると定義する：他の自律安定的な戦略プロファイル $s \in S_K$ で，すべての $i \in K$ について $\bar{u}_i(s) > \bar{u}_i(\hat{s})$ となるものは存在しない．

戦略プロファイル $\hat{s} \in S$ が自律安定的であれば，G のナッシュ均衡でなければならない．なぜなら,（a）の条件は，任意の $J = \{i\}$ で成り立たなくてはならないが，$\hat{s}_J$ が $G/(\hat{s}_{-J})$ の提携安定的ナッシュ均衡であるのは，(i) より，$\hat{s}_J = argmax_{s_i \in S_i} u_i(s_i, \hat{s}_{-J})$ のときだからである． $K = \{1, ..., m\}$ のとき G における**提携安定的ナッシュ均衡**が定義される．

プレイヤーのグループによる逸脱を考える場合，逸脱した提携（グループ）K が自由に戦略の組を選ぶことができるとすると，そのようにして選んだ戦略の組 $t \in S_K$ において，さらにより小さな提携 $K' \subset K$ がそこから逸脱して戦略の組 $t' \in S_{K'}$ を採ろうとする動機を持つことがあり得る．その場合は，最初の提携による逸脱 t は実現できないことになる．このような考え方で提携による逸脱を制限して安定性を求めた均衡概念が，提携安定的ナッシュ均衡である．

以上が本論文の分析で用いる均衡概念である．

[3]任意の有限集合 A において, $|A|$ によって A の要素の数を表す.

4　安定性の分析１：プレイヤーの選択ミスに対する安定性

プレイヤー全員による協力が実現する均衡としてNishihara（1997）は次の命題を示した．

命題 4.1. （Nishihara 2011）$\Gamma(\mathscr{Q})$ において $s^{\{0\}}=(s_1^{\{0\}},...,s_n^{\{0\}})$ は，次の条件が成り立つときナッシュ均衡である．

条件 $(c1)$：すべてのプレイヤー i について

$$f_i(C,n-1)\geq\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}f_i(D,k).$$

この均衡 $s^{\{0\}}$ の安定性について次の定理が成り立つ．

定理 4.1. 条件 $(c1)$ が成り立つとき，$s^{\{0\}}$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の逐次均衡である．

証明． $s^{\{0\}}$ に収束する行動戦略の列を構成し，それから導かれる予想に関して，$s^{\{0\}}$ の選択が期待利得最大化となっていることを示す．完全に確率的な行動戦略として b_i^ν（$i=1,2,...,n$）を $b_i^\nu(Q_i^0,C)=1-\varepsilon_i^\nu(0,C)$，$b_i^\nu(Q_j^k,D)=\varepsilon_i^\nu(k,D)$（$k\geq1$）と定義する．ただし，各 i，k，$a=C,D$ について，$\{\varepsilon_i^\nu(k,a)\}_{\nu=1}^\infty$ は，$\lim_{\nu\to\infty}\varepsilon_i^\nu(k,a)=0$ となる列である． b^ν の導く予想を ρ^ν で表す．b_i^ν の定義により，各 $x\in Q_i^0$ について，

$$\rho_{i,0}^\nu(x)=\frac{1}{\Delta^\nu}\cdot(1-\varepsilon_i^\nu(0,D))^{\pi_x(i)-1}$$

と表される．ただし，π_x は x の前に選ばれた順序を表し，

$$\Delta^\nu=\sum\nolimits_{x\in Q_i^0}(1-\varepsilon_i^\nu(0,D))^{\pi_x(i)-1}$$

と定義する． $\{(b^\nu,\rho^\nu)\}_{k=1}^\infty$ の収束先の行動戦略と予想の組を (b^*,ρ^*) で表す．明らかに，$b^*=s^{\{0\}}$ が成り立つ．Q_i^0 は，各順序において i の前の手番のプレ

イヤーがすべて C を採ったときに到達する i のノードからなるので，$|Q_i^0| = n!$ である．したがって，$\lim_{\nu\to\infty} \Delta^\nu = n!$ であり，各 $x \in Q_i^0$ について $\rho_{i,0}^*(x) = \lim_{\nu\to\infty} \rho_{i,0}^\nu(x) = 1/n!$ が成り立つ．i 以外のプレイヤーが $s_{-i}^{\{0\}}$ を採るとき，予想 ρ^* のもとでプレイヤー i の各情報集合における条件付期待利得が $s_i^{\{0\}}$ によって最大となることを示す．Q_i^0 においてプレイヤー i が C を採るとき，彼より後に手番をもつプレイヤーは全て C をとる．よって，このときの彼の ρ^* における Q_i^0 による条件付期待利得は $f_i(C, n-1)$ である．Q_i^0 においてプレイヤー i が D を採るとき，彼の前に手番をもつプレイヤーは全て C をとり，彼の後に手番をもつプレイヤーはすべて D を採る．このとき，Q_i^0 上の確率分布 $\rho_{i,0}^*$ で i の期待利得を求めることは,「自然」の手番の Π 上の確率分布で彼の期待利得を求めることと同じ計算となる．よって，条件 $(c1)$ が成り立つとき，C を採るときの i の条件付期待利得が D を採るときのそれを下回ることはない．情報集合 Q_i^k（$k \geq 1$）においてプレイヤー i が C を採ろうとも D を採ろうとも彼の後のプレイヤーは $s_{-i}^{\{0\}}$ において D を採る．よって，仮定 $(A.1)$ より，$\rho_{i,k}^*$ の上の確率分布に関係なく，Q_i^k（$k \geq 1$）においては，C を採るより D を採る方がプレイヤー i の期待利得は高くなる．よって，Q_i^k（$k \geq 1$）においては D がプレイヤー i にとって最適な選択である．これより，$s^{\{0\}}$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の逐次均衡となる．■

逐次均衡よりさらに安定性の強い完全均衡については，一般に成立が保証できない．

命題 4.2. $n = 2$ のとき，プレイヤー 1 または 2 において条件 $(c1)$ の不等式が等号で成り立つならば，$s^{\{0\}}$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の完全均衡ではない．

証明．一般性を失うことなく，プレイヤー 1 について条件 $(c1)$ の不等式が等号で成り立つと仮定する．$\Gamma(\mathscr{Q})$ のエージェント標準形を $A(\mathscr{Q})$ で表す．ただし，情報集合 Q_i^j に割り当てられるエージェントをエージェント ij と呼び，戦略の組を記述するときは，エージェント *11, 12, 21, 22* の戦略をこの順で並べて表記するものとする．Selten（1975）の Theorem 4 から，$\Gamma(\mathscr{Q})$ の行動戦略と $A(\mathscr{Q})$ のエージェントの戦略の対応関係のもとで，$\Gamma(\mathscr{Q})$ における完全均衡は $A(\mathscr{Q})$ における完全均衡である．また，van Damme（1991）の Corollary 2.2.6 から，$A(\mathscr{Q})$ において弱く支配される戦略を含む戦略の組は完全均衡にならない．$(s_1^{\{0\}}, s_2^{\{0\}})$ には，(C, D, C, D) が対応する．したがって，エージェント 11 の戦略 C が D によって弱く支配されれば，(C, D, C, D) は完全均衡でなく，上述の関係から $(s_1^{\{0\}}, s_2^{\{0\}})$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の完全均衡でない．$a = C, D$ について, 以下が成り立つ．

$$u_{11}(C, a, C, C) = u_{11}(C, a, C, D) = f_1(C, 1),$$

$$u_{11}(C, C, D, C) = u_{11}(C, C, D, D) = f_1(C, 0),$$

$$u_{11}(C, D, D, C) = u_{11}(C, D, D, D) = 1/2 f_1(C, 0) + 1/2 f_1(D, 0),$$

および,

$$u_{11}(D, a, C, C) = f_1(D, 1),$$

$$u_{11}(D, a, C, D) = 1/2 f_1(D, 0) + 1/2 f_1(D, 1),$$

$$u_{11}(D, C, D, C) = 1/2 f_1(C, 0) + 1/2 f_1(D, 1),$$

$$u_{11}(D, C, D, D) = 1/2 f_1(C, 0) + 1/2 f_1(D, 0),$$

$$u_{11}(D, D, D, C) = 1/2 f_1(D, 0) + 1/2 f_1(D, 1),$$

$$u_{11}(D, D, D, D) = f_1(D, 0)$$

これより，任意の $a, b, c \in \{C, D\}$ について $u_{11}(C, a, b, c) \leq u_{11}(D, a, b, c)$ で

あり，$u_{11}(C,C,C,C) < u_{11}(D,C,C,C)$ であるので，エージェント 11 の戦略 C が D によって弱く支配される．よって，$s^{\{0\}}$ は完全均衡ではない．■

以上のように条件 $(c1)$ が成り立つ範囲では，$s^{\{0\}}$ は逐次均衡であることしか保証できない．しかし，条件 $(c1)$ をより強い条件のもとでは，次の結果が成り立つ

定理 4.2. 条件 $(c1)$ の不等式が全て厳密な不等式で成り立つとき，$s^{\{0\}}$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の強完全均衡である．

証明 . $\{\eta^\nu\}_{\nu=0}^{\infty}$ を $\lim_{\nu\to\infty}\eta^\nu = 0$ である $H(\mathscr{Q})$ の中の任意の列とする．各 $i=1,...,n$ について $b_i(Q_i^0,C) = 1-\eta_i^\nu(Q_i^0,D)$，$b_i(Q_i^k,C) = \eta_i^\nu(Q_i^k,C)$（$k=1,...,n-1$）と定義される戦略プロファイル $b(\eta)$ が，ν が十分に大きければ $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ のナッシュ均衡であることを示せばよい．定理 4.1 の証明が，$\varepsilon_i^\nu(0,D) = \eta_i^\nu(Q_i^0,D)$，$\varepsilon_i^\nu(k,C) = \eta_i^\nu(Q_i^k,C)(k \geq 1)$ について成り立つことに注意せよ．いま，$(c1)$ の不等式が全て厳密な不等式で成り立つので，Q_i^0 において C を採るときの ρ^* による条件付き期待利得は D を採るときのそれよりも厳密な意味で大きい．また，上述のように仮定（A.1）より，$Q_i^k(k \geq 1)$ において D を採るときの ρ^* による条件付き期待利得は C を採るときのそれよりも厳密な意味で大きい．よって，この大小関係は，ν が十分大きいときの ρ^ν による条件付き確率においても維持される．b_i の定義より，$s_i^{\{0\}}$ においてプレイヤー i が各情報集合で得る ρ^ν による条件付き確率は，b_i におけるそれに近似される．よって，ν が十分に大きければ，$b(\eta)$ は $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ のナッシュ均衡である．■

条件 $(c1)$ の不等式が全て厳密な不等式で成り立つと言っても，$s^{\{0\}}$ が厳密なナッシュ均衡である訳ではない．なぜならこの戦略プロファイルで，プレイ

ヤー1がすべての情報集合で C をとる戦略に変更しても彼は変更前と同じ利得を得るからである．よって，この定理は自明ではない．

上の定理から，条件 $(c1)$ を満たすほとんどすべての利得関数において，$s^{\{0\}}$ は強完全均衡であるということができる．正式には，それは次のようにして利得関数の集合に測度を導入することによって言うことができる．

注意． n 人囚人のジレンマの利得関数の n 組は，$2n^2$ 個の $f_i(C,k)$ と $f_i(D,k)$ の値 $(k=0,1,...,n-1,\ i=1,...,n)$ からなる．そこで，特定の利得関数の組を $2n^2$ 次元ユークリッド空間の1つの点に対応させると，利得関数の全体は，（A.1）から（A.3）に対応する不等式条件を満たす $2n^2$ 次元ユークリッド空間の領域に対応する．その領域にルベーグ測度を定義する．条件 $(c1)$ を満たす利得関数の組の集合に対し，$(c1)$ がすべて厳密な不等式で成り立つ利得関数の組の集合は，同じルベーグ測度である．つまり，ほとんどすべての場合，$\Gamma(\mathscr{Q})$ における協力を達成するナッシュ均衡 $s^{\{0\}}$ は強完全均衡である．□

一部のプレイヤーによる協力に関して，Nishihara（2011）は次の命題を示している．

命題 4.3. （Nishihara 2011） $k \leq n-2$ のとき，$\Gamma(\mathscr{Q})$ において戦略プロファイル $s^{\{k\}}=(s_1^{\{k\}},...,s_n^{\{k\}})$ は，次の条件が成り立つときナッシュ均衡であり，その均衡では k 人が D を採るので，$n-k$ 人のプレイヤーによる協力が実現する．

条件 $(ck1)$：すべてのプレイヤー $i \in N$ について

$$f_i(C,n-k-1) \geq \frac{1}{n-k}\sum_{l=0}^{n-k-1} f_i(D,l).$$

この均衡の安定性について以下が成り立つ．

定理 4.3. $k \leq n-2$ とする．条件 $(ck1)$ が成り立つならば，戦略プロファイル $s^{\{k\}} = (s_1^{\{k\}}, ..., s_n^{\{k\}})$ は，$\Gamma(\mathscr{Q})$ の逐次均衡である．

証明 . $(\varepsilon_1^\nu(0,C), \varepsilon_1^\nu(0,D), ..., \varepsilon_n\nu(n-1,C), \varepsilon_n^\nu(n-1,D))$ を $\varepsilon_i^l(\nu,.) > 0$ で $\nu \to \infty$ のときにゼロベクトルへ収束する列とする．行動戦略 b_i^ν を次のように定義する． $l = k$ のとき，$b_i^\nu(Q_i^l, C) = 1 - \varepsilon_i^\nu(l,D)$，$l \neq k$ のとき，$b_i^t(Q_i^l) = \varepsilon_i^\nu(l,C)$．$(b_1^\nu, ..., b_n^\nu)$ において各情報集合のノードの上に導かれる確率分布を ρ^ν で表し，$\lim_{\nu\to\infty} \rho^\nu = \rho^*$ とする．以下では，各情報集合において ρ^* を導出し，任意のプレイヤー i について ρ^* のもとでの最適な選択が $s_i^{\{k\}}$ と一致することを示す.

$l = 0, ..., k$ について，ρ^* は Q_i^l 上でこれに含まれるすべてのノードの上に等確率の確率を与える．これは，$s^{\{k\}}$ における条件付確率と同じである．よって，これらの情報集合では $s_i^{\{k\}}$ による選択がプレイヤー i にとって期待利得を最大となる選択である．$l = k+1, ..., n-1$ のとき，Q_i^l におけるプレイヤー i の選択に関わらず，彼より後の手番のプレイヤーは D を採る．よって，この情報集合におけるプレイヤー i の最適な選択は D である．以上により，$s^{\{k\}}$ は逐次均衡である．■

この定理によって，$s^{\{0\}}$ と同様に $s^{\{k\}}$ もプレイヤーの選択ミスに対して一定の安定性をもつことが示された．この均衡についても条件 $(ck1)$ が等号で成り立つ場合は，完全均衡であることは一般に保証できない.

命題 4.4. $n = 3$ のとき，少なくとも 1 人のプレイヤーについて条件 $(ck1)$ の不等式が等号で成り立つならば，$s^{\{1\}}$ は $\Gamma(\mathscr{Q})$ の完全均衡ではない.

証明．一般性を失うことなく，プレイヤー 1 について条件 $(ck1)$ の不等式が等号で成り立つと仮定する．以下では，$\Gamma(\mathscr{Q})$ のエージェント標準形 $A(\mathscr{Q})$ において，エージェント 11 の戦略 C が戦略 D に弱く支配されることを示す．命題 4.2 の証明で述べた理由によって，これによって $s^{\{1\}}$ は完全均衡にならないことが示される．

エージェント 11 の期待利得を，彼が C を採るときと D を採るときで比較し，他のプレイヤーの選択が何であっても前者の期待利得は後者の期待利得を上回らないことを示す．ここで，これら 2 つ選択でエージェント 11 の利得に相違が生じる順序は，プレイヤー 1 が 2 番目または 3 番目の手番となる順序のみであることに注意せよ．それは，$(2, 1, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$, $(3, 2, 1)$ の 4 つである．そこで，$(2, 1, 3)$,$(2, 3, 1)$ の 2 つの順序の平均利得について上の大小関係が言えればいい．なぜなら，それと同様にして同じ大小関係が $(3, 1, 2)$, $(3, 2, 1)$ の平均利得について成り立ち，結局，上記 4 つの順序の平均利得について，上述の利得の大小関係が成り立つからである．

エージェント 20 が C を採るときは，エージェント 11 の選択とは無関係に期待利得が決まる．そこで，上記の大小関係は，エージェント 20 が D を採る場合について調べればよく，この大小関係に関係するのは，エージェント 31 と 32 の選択のみである．これらのエージェントの選択によって場合分けする．

(1) エージェント 31 と 32 の選択が，どちらも C のとき

エージェント 11 が C を採る場合，$(2, 1, 3)$ と $(2, 3, 1)$ におけるプレイは，どちらも DCC でエージェント 11 の利得は，$f_1(C, 1)$ となる．エージェント 11 が D を採る場合，$(2, 1, 3)$ におけるプレイは DDC，$(2, 3, 1)$ におけるプレイは

DCD であり，どちらにおいてエージェント 11 の利得は $f_1(D,1)$ で，$f_1(C,1)$ より大きい．

(2) エージェント 31 と 32 の選択が，それぞれ，C，D のとき
エージェント 11 が C を採る場合，$(2,1,3)$ と $(2,3,1)$ におけるプレイはどちらも DCC で，利得は $f_1(C,1)$ である．エージェント 11 が D を採る場合，$(2,1,3)$ におけるプレイは DDD で利得は $f_1(D,0)$，$(2,3,1)$ におけるプレイは DCD で利得は $f_1(D,1)$ あり，これらの平均利得 $1/2(f_1(D,0)+f_1(D,1))$ は，命題の仮定より $f_1(C,1)$ に等しい．

(3) エージェント 31 と 32 の選択が，それぞれ，D，C のとき
エージェント 11 が C を採る場合，$(2,1,3)$ におけるプレイは DCD で利得は $f_1(C,0)$，$(2,3,1)$ におけるプレイは，DCa で利得は $f_1(a,0)$ である．ただし，a は，エージェント 12 の選択とする．よって，平均利得は $1/2(f_1(C,0)+f_1(a,1))$ である．エージェント 11 が D を採る場合，$(2,1,3)$ におけるプレイは DDC で利得は $f_1(D,1)$，$(2,3,1)$ におけるプレイは DDa で利得は $f_1(a,0)$ あり，これらの平均利得 $1/2(f_1(D,1)+f_1(a,0))$ で，エージェント 11 が C を採るときの平均利得を上回る．

(4) エージェント 31 と 32 の選択が，どちらも D のとき
エージェント 11 が C を採る場合，$(2,1,3)$ におけるプレイは DCD で利得は $f_1(C,0)$，$(2,3,1)$ におけるプレイは，DCa で利得は $f_1(a,0)$ である．ただし，a は，エージェント 12 の選択である．よって，平均利得は $1/2(f_1(C,0)+f_1(a,0))$．

一方，エージェント 11 が D を採る場合，$(2,1,3)$ におけるプレイは DDD で利得は $f_1(D,0)$，$(2,3,1)$ におけるプレイは DDa で利得は $f_1(a,0)$ あり，これらの平均利得 $1/2(f_1(D,0)+f_1(a,0))$ で，エージェント 11 が C を採るときの平均利得を上回る．

以上により，$(2,1,3)$ と $(2,3,1)$ におけるエージェント 11 の平均利得は，他のエージェントが何を採ろうとも，彼が C を採るより D を採る方が等しいが大きく，ある場合は，厳密に大きい．これが，上の (1) から (4) と同様にして，$(2,1,3)$ と $(2,3,1)$ においても成り立ち，結局，すべての順序に関する平均利得においても成り立つ．したがって，エージェント 11 の戦略 C は戦略 D を弱く支配し，これを含む $s^{\{1\}}$ は完全均衡にならない．■

こうして，全節の $s^{\{0\}}$ と同じように，$s^{\{1\}}$ はナッシュ均衡であっても完全均衡とはならない．しかし，条件 $(ck1)$ の不等式が全て厳密な不等式で成り立つとき強完全均衡となる．

定理 4.4. $(ck1)$ の不等式がすべて厳密な不等式で成り立つならば，戦略プロファイル $s^{\{k\}}=(s_1^{\{k\}},...,s_n^{\{k\}})$ は，$\Gamma(\mathscr{Q})$ の強完全均衡である．

証明 . $\{\eta^\nu\}_{\nu=0}^\infty$ をゼロベクトルに収束する任意の列とする．各 $i=1,...,n$ について $b_i(Q_i^0,C)=1-\eta_i^\nu(Q_i^0,D)$，$b_i(Q_i^k,C)=\eta_i^\nu(Q_i^k,C)$（$k=1,...,n-1$）と定義される戦略プロファイル $b(\eta)$ が，ν が十分に大きければ $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ のナッシュ均衡であることを示せばよい．上の定理 4.3 の証明が，$\varepsilon_i^0(\nu)=\eta_i^\nu(Q_i^0,D)$，$\varepsilon_i^k(\nu)=\eta_i^\nu(Q_i^k,C)$（$k\geq 1$）について成り立つことに注意せよ．いま，$(ck1)$ の不等式が全て厳密な不等式で成り立つので，Q_i^k において C を採るときの ρ^* に

よる条件付き期待利得は D を採るときのそれよりも厳密な意味で大きい．また，上述のように仮定 (A.1) より，$Q_i^l (l \neq k)$ において D を採るときの ρ^* による条件付き期待利得は C を採るときのそれよりも厳密な意味で大きい．よって，この大小関係は，ν が十分大きいときの ρ^ν による条件付き確率においても維持される．b_i の定義より，$s_i^{\{0\}}$ においてプレイヤー i が各情報集合で得る ρ^ν による条件付き確率は，b_i におけるそれに近似される．よって，ν が十分に大きければ，$b(\eta)$ は $\Gamma_{\eta^\nu}(\mathscr{Q})$ のナッシュ均衡である．■

5　安定性の分析 2：プレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性

この節では，前節で調べた 2 種類の均衡 $s^{\{0\}}$ と $s^{\{k\}}$ についてプレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性を検討する．結論としては，どちらも提携安定的ナッシュ均衡ではない．$s^{\{k\}}$ については次のように反例を示すことができる．

例 5.1. プレイヤー $i = 1, 2, 3$ が次のような利得関数を持つ 3 人ゲームの状況を考える．

$$f_i(C, 0) = -1,\ f_i(C, 1) = 3,\ f_i(C, 2) = 4$$

$$f_i(D, 0) = 0,\ f_i(D, 1) = 4,\ f_i(D, 2) = 5$$

ここで $s^{\{1\}} = (s_1^{\{1\}}, s_2^{\{1\}}, s_3^{\{1\}})$ について考えよう．均衡条件は，命題 4.3 より $1/2 f_i(D, 0) + 1/2 f_i(D, 1) \leq f_i(C, 1)$ であるが，左辺＝2，右辺＝3 より成立している．このナッシュ均衡でプレイヤー $i = 1, 2, 3$ の期待利得は，$1/3 f_i(D, 2)+$

$2/3f_i(C,1) = 11/3$ である．ここで 3 人がそろって $s^{\{0\}} = (s_1^{\{0\}}, s_2^{\{0\}}, s_3^{\{0\}})$ に変更すれば，各プレイヤーの期待利得は，$f_i(C,2) = 4$ となり増加する．よって，$s^{\{0\}}$ が自律安定的であれば，$s^{\{1\}}$ は提携安定的なナッシュ均衡でない．$s^{\{0\}}$ が自律安定的であることを示そう．まず，$s^{\{0\}}$ については，命題 4.1 のナッシュ均衡の条件

$$1/3f_i(D,0) + 1/3f_i(D,1) + 1/3f_i(D,2) \leq f_i(C,2)$$

が 左辺 $= 3$，右辺$= 4$ で成り立つ．よって，$s^{\{0\}}$ が自律安定的であることを言うためには，2 人の戦略の組で 2 人とも利得が増大できるものがないことを示せばよい．一般性を失うことなく 2 人のプレイヤーをプレイヤー 1，2 とする．$N(\mathscr{Q})/s_3^{\{0\}}$ の戦略の組 (s_1^{K1}, s_2^{K2}) で 2 人の利得が 4 を超えるものがないことを示す．$K1' = K1 - \{2\}$，$K2' = K2 - \{2\}$ とする．まず，$0 \in K1' \cap K2'$ の場合は，どの順序でも全員が C をとり利得 4 を得るので，プレイヤー 1，2 の利得が 4 を超えることはない．また，$Ki' = \phi$ である場合も排除できる．なぜならば，その場合はプレイヤー j にとっては，自分が D で他の 2 人が C ということが起こりえず，彼の期待利得が 4 を超えることはないからである．さらに，$Ki' = \{1\}$ も排除できる．なぜならば，この場合，プレイヤー i が C をとるのは誰かが前に D をとっているときのみであるので，$s_3 = s_3^{\{0\}}$ から，プレイヤー j が D を採り残りの 2 人が C ということは起こらないからである．よって，プレイヤー 1，2 の戦略の組で彼らの期待利得が 4 を超えるものはない．したがって，$s^{\{0\}}$ は自律安定的であり，$s^{\{1\}}$ は提携安定的ナッシュ均衡でない．□

以下では，$s^{\{0\}}$ がナッシュ均衡であっても必ずしも提携安定的ナッシュ均衡

ではないことを示そう．次のような 4 人ゲームを考え，標準形を $N(\mathscr{Q})$ で表わす．

$$f_i(D,0)=1,\ f_i(D,1)=4,\ f_i(D,2)=4.1,\ f_i(D,3)=6 \qquad (i=1,2,3,4)$$

$$f_i(C,0)=0.9,\ f_i(C,1)=3.9,\ f_i(C,2)=4,\ f_i(C,3)=4.1 \qquad (i=1,2,3)$$

$$f_4(C,0)=0,\ f_4(C,1)=3,\ f_4(C,2)=4,\ f_4(C,3)=5.9.$$

これらの利得において，$i=1,2,3,4$ について $f_i(C,3)>\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}f_i(D,k)=3.775$ が成り立つので $s^{\{0\}}$ はナッシュ均衡である．さらに，(C,C,C,C) はパレート効率的である．ここで，プレイヤー 4 は $s_4^{\{0\}}$ を採り，プレイヤー 1, 2, 3 は $s_i^{\{1,2\}}$ を採るとする．このとき，プレイヤー i =1, 2, 3 は $f_i(C,3)$ より大きな期待利得 $4.141\dot{6}$ が得られる．なぜなら，この場合のプレイヤー 1 の利得は，手番の順序が $(4,1,i,j)$ のとき（2 通り）には $f_1(D,3)=6$，$(4,i,1,j)$ と $(4,i,j,1)$ のとき（4 通り）には $f_1(C,2)=4$，$(1,i,j,k)$ のとき（6 通り）には $f_1(D,2)=4.1$，それら以外のとき（12 通り）には $f_1(C,1)=3.9$ であるから，

$$(6\times 2+4\times 4+4.1\times 6+3.9\times 12)/24=4.141\dot{6}$$

となるからである．以下では，プレイヤー１，２，３による逸脱 $(s_1^{\{1,2\}},s_2^{\{1,2\}},s_3^{\{1,2\}})$ が，$N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ において自律安定的であることを示し，$s^{\{0\}}$ が提携安定的ナッシュ均衡でないことを示す．次の 2 つを確認する．

（1）$(s_1^{\{1,2\}},s_2^{\{1,2\}},s_3^{\{1,2\}})$ は，$N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ のナッシュ均衡である．

（2）$N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ において，$(s_1^{\{1,2\}},s_2^{\{1,2\}},s_3^{\{1,2\}})$ から 2 人のプレイヤー i と j が何らかの自律安定的戦略の組に変更して 2 人とも $4.141\dot{6}$ より大きな期待

利得を得ることはない．

これら 2 つの結果から，$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ が $N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ において自律安定的であることは定義より明らかである．

第 1 部：$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ が，$N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ のナッシュ均衡であることの証明．

プレイヤー 1，2，3 は，同じ利得関数をもつので，プレイヤー 1 について $s_1^{\{1,2\}}$ が，$(s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ に対する最適反応であることを示せばよい．そこで，$(s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ において，プレイヤー 1 が各情報集合でどのような選択を行うときに期待利得が最大となるかを明らかにする．

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは，彼が最初の手番の場合かあるいはプレイヤー 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番である場合である．これらの場合においてプレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 1 のようになる[4]．よって，プレイヤー 1 は D を採るときの方が期待利得は大となる．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得るのは，プレイヤー 2 または 3 が最初の手番で，プレイヤー 1 の前にプレイヤー 4 が手番をもたない場合である．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 2 のようになる．

D を採るときの期待利得は 3 である．よって，Q_1^1 においてはプレイヤー 1 は C を採る方が期待利得は大となる．

[4] 以下の表ではスペースの関係から順序 (i, j, k, l) を単に $ijkl$ と書く．

表 1: $s_2^{\{1,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	利得	プレイ	利得
1234	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1423	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
4123	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$

表 2: $s_2^{\{1,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	利得	プレイ	利得
2134	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
2143	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
2314	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
3142	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得るのは，プレイヤー 2 または 3 が最初の手番で，プレイヤー 1 の前にプレイヤー 4 が手番をもつ場合である．プレイヤー 2 が最初の手番をもつとき，プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 3 のようになる．

表 3: $s_2^{\{1,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	利得	プレイ	利得
2413	$DD\dot{C}C$	$f_1(C,1)=3.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1$
2341	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$

D を採るときの期待利得は，C を採るときのそれを下回る．プレイヤー 3

が最初の手番の場合も同様であるので，Q_1^2 においては，プレイヤー 1 が C を採るときに期待利得は最大となる．

プレイヤー 1 が，Q_1^3 や Q_1^4 を情報として得る場合はありえない．以上により $N(\mathscr{Q})/(s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ に対するプレイヤー 1 の最適反応は，$s_1^{\{1,2\}}$ である．プレイヤー 2，3 についても同様にして，$s_2^{\{1,2\}}$，$s_3^{\{1,2\}}$ が最適反応である．

第 2 部：$N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ においては，$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ から 2 人のプレイヤー i と j（$\{i,j\} \subseteq \{1,2,3\}$）が何らかの自律安定的戦略の組に変更して，2 人ともより大きな利得を得ることはできないことを示す．

プレイヤー 1 と 2 の戦略の変更について考える．プレイヤー 1，2，3 は，同じ利得関数をもつので，上述の論証のためにはこれで十分である．定義より，プレイヤー 1，2 の自律安定的戦略の組は，$N(\mathscr{Q})/(s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ のナッシュ均衡でなければならない．

以下の論証は，次のような手続きによって行う．$N(\mathscr{Q})/(s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ において，プレイヤー 2 の採り得るすべての戦略に対してプレイヤー 1 の最適反応を検討する．そして，(i) その 2 つの戦略の組がナッシュ均衡でないこと，または (ii) その 2 つの戦略の組においてプレイヤー 1 と 2 が，どちらも $(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}})$ のときの期待利得 $4.141\dot{6}$ よりも大きな期待利得が得られることはないことを示す．プレイヤー 2 の戦略のすべてについてこれら 2 つのいずれかが言えれば，何らかの自律安定的戦略の組に変更して，プレイヤー 1 と 2 がともにより大きな利得を得ることはできないことが示される．

以下では，プレイヤー 2 の戦略について場合分けして上述の検討を行うが，その際に明らかに排除できる戦略がある．与えられた利得関数のもとでは，プ

レイヤー1が $4.141\dot{6}$ よりも大きな期待利得を得るためには，1が D で他の3人のプレイヤーが C を採る状況がなければならない．いま，プレイヤー3と4は，$s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}}$ を採っているから，そのような状況はプレイヤー1よりプレイヤー4が前に手番を持ち，プレイヤー2が1の前で手番を持ち Q_2^0 で C を採るか，または，2が1の後で手番を持ち Q_2^1 で C を採る状況でのみ起こり得る．よって，K が0または1を含まないプレイヤー2の戦略 s_2^K は考える必要がなく，考えるべき戦略は，$s_2^{\{0\}}$，$s_2^{\{1\}}$，$s_2^{\{0,1\}}$，$s_2^{\{0,2\}}$，$s_2^{\{0,3\}}$，$s_2^{\{1,2\}}$，$s_2^{\{1,3\}}$，$s_2^{\{0,1,2\}}$，$s_2^{\{0,1,3\}}$，$s_2^{\{0,1,2,3\}}$ の10個である．

また，これと同じ理由によって，プレイヤー2の戦略に対するプレイヤー1の最適反応が Q_1^0 と Q_1^1 で D を採る戦略である場合には，たとえそれらの戦略の組がナッシュ均衡であってもプレイヤー1の期待利得が $4.141\dot{6}$ よりも大きくはならないことに注意せよ．

（2-1）プレイヤー2が $s_2^{\{0\}}$ を採るとき

プレイヤー1が Q_1^0 を情報として得る場合は，プレイヤー1が最初の手番の場合，プレイヤー2か4が最初の手番でプレイヤー1の前のプレイヤー3がいない場合である．プレイヤー1が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー1，2の利得は表4のようになる．プレイヤー1の期待利得は，C を採るとき41.4/12であり，D を採るときは，46.4/12である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー1は D を採る方が良い．

プレイヤー1が Q_1^1 を情報として得るのは，プレイヤーの直前にプレイヤー3がいる場合で，そのような順序は6つある．プレイヤー1が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー1の利得は表5のよ

表 4: $s_2^{\{0\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1) = 4$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DDD$	$f_1(D,0) = 1$
1324	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1) = 4$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1) = 4$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DDD$	$f_1(D,0) = 1$
1432	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1) = 4$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2) = 4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2) = 4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2) = 4.1$
4132	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2) = 4.1$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$

うになる．プレイヤー 1 は D を採る方が良い．

表 5: $s_2^{\{0\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
3124	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
4231	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
4312	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$

以上の結果から，$s_2^{\{0\}}$ とプレイヤー 1 の最適反応の組がたとえナッシュ均衡であっても,（2）の始めに述べた理由により，プレイヤー 2 の期待利得は，$4.141\dot{6}$ よりも大きくはならない．

（2-2）プレイヤー 2 が $s_2^{\{1\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合は，プレイヤー 1 が最初の手番の場合，プレイヤー 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番である場合である．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 6 のようになる．プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 28.6/8，D を採るときは 33.3/8 である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

表 6: $s_2^{\{1\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0)=0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1)=4$
1423	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DDD$	$f_1(D,0)=1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1)=4$
4123	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は 10 個ある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 7 のようになる．プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 36.4/10，D を採るときは 31.3/10 であり，C を採る方が良い．

表 7: $s_2^{\{1\}}$ においてプレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2134	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
2143	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
2314	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4213	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}C$	$f_1(D,2)=4.1,$
4231	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る順序は 5 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 8 のようになる．プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 16.5/5，D を採るときは 14/5．よって C を採る方が良い．

表 8: $s_2^{\{1\}}$ においてプレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2341	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$
2413	$DD\dot{C}C$	$f_1(C,1)=3.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1,$
2431	$DDC\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DDC\dot{D}$	$f_1(D,1)=4,$
3241	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4,$
3412	$DD\dot{C}D$	$f_1(C,0)=0.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1,$

プレイヤー 1 が，Q_1^3 を情報として得る順序は，$(3,4,2,1)$ のみで，明らかにプレイヤー 1 にとって C をとるよりも D を採る方が利得は高い．

以上により，プレイヤー 2 が $s_2^{\{1\}}$ を採るとき，プレイヤー 1 の最適反応は $s_1^{\{1,2\}}$ である．しかし，第 1 部の分析より $s_1^{\{1,2\}}$ に対する最適反応は $s_2^{\{1,2\}}$ である．よって $(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1\}})$ は $N(\mathscr{Q})/(s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ のナッシュ均衡でない．

（2-3）プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,1\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合は，プレイヤー 1 が最初の手番の場合，プレイヤー 2 または 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番である場合，プレイヤー 2 または 4 が最初と次の手番でプレイヤー 1 が 3 番目の手番である場合である．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 9 のようになる．

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 44.6/12 であり，D を採るときは

表 9: $s_2^{\{0,1\}}$ においてプレイヤー 1 が，Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0)=0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1)=4$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DDD$	$f_1(D,0)=1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1)=4$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1)=3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2)=4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2)=4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$

53.5/12 である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は 8 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 10 のようになる．

表 10: $s_2^{\{0,1\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4231	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 28.6/8，D を採るときは 26.3/8 であり，C を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る順序は 3 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 11 のようになる．

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 8.7/3，D を採るときは 9/3 であ

表 11: $s_2^{\{0,1\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2341	$CDD\dot{C}$	$f_1(C,1) = 3.9$	$CDD\dot{D}$	$f_1(D,1) = 4$
3241	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1) = 3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1) = 4$
3412	$DD\dot{C}D$	$f_1(C,0) = 0.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0) = 1$

る．よって D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^3 を情報として得る順序は，(3,4,2,1) で，明らかにプレイヤー 1 にとって C をとるよりも D を採る方が利得は高い．

以上により，プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,1\}}$ を採るとき，プレイヤー 1 の最適反応は $s_1^{\{1\}}$ である．上の（2-2）から $s_1^{\{1\}}$ に対する最適反応は $s_2^{\{1,2\}}$ である．よって，$(s_1^{\{1\}}, s_2^{\{3\}})$ は，$N(\mathscr{Q})/(s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ のナッシュ均衡でない．

（2-4）プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,2\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは以下の 3 つの場合である：（1）プレイヤー 1 が最初の手番の場合,（2）プレイヤー 2 または 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番の場合,（3）プレイヤー 2 と 4 が最初と次の手番を占めてプレイヤー 1 が 3 番目の手番である場合．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 12 のようになる．

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 44.4/12，D を採るときは 52.7/12

表 12: $s_2^{\{0,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1) = 4$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DDC$	$f_1(D,1) = 4$
1324	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1) = 4$
1342	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2) = 4.1$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2) = 4.1$
1432	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2) = 4.1$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2) = 4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2) = 4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2) = 4.1$
4132	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2) = 4.1$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$

である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は 5 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 13 のようになる．

表 13: $s_2^{\{0,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
3124	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
3142	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
4312	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}C$	$f_1(D,2)=4.1$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 16.6/5，D を採るときは 17.2/5 である．よって，彼は D を採る方が良い．

以上の結果から，$s_2^{\{0,2\}}$ とプレイヤー 1 の最適反応の組がたとえナッシュ均衡であっても,（2）の始めに述べた理由により，プレイヤー 2 の期待利得は，$4.141\dot{6}$ よりも大きくはならない．

（2-5）プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,3\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは以下の 3 つの場合である：（1）プレイヤー 1 が最初の手番の場合,（2）プレイヤー 2 または 4 が最初の手番で

プレイヤー 1 が 2 番目の手番の場合,（3）プレイヤー 2 と 4 が最初と次の手番を占めてプレイヤー 1 が 3 番目の手番である場合．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 14 のようになる．

表 14: $s_2^{\{0,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1)=4$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DDC$	$f_1(D,1)=4$
1324	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0)=0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1)=4$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0)=0.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
1432	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1)=4$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1)=3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2)=4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2)=4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2)=4.1$
4132	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1)=3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2)=4.1$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 41.4/12，D を採るときは 52.6/12 である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は 5 つである．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 15 のようになる．

表 15: $s_2^{\{0,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1) = 3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1) = 4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2) = 4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2) = 4.1$
3124	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0) = 0$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0) = 1$
4312	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1) = 3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1) = 4$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 13.6/5，D を採るときは 13.1/5 である．よって，彼は C を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る順序は 5 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 16 のようになる．プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 13.5/6，D を採るときは 17.1/6．よって彼は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^3 を情報として得る順序は $(3,2,4,1)$ と $(3,4,2,1)$ で，明らかにプレイヤー 1 にとって C をとるよりも D を採る方が利得は高い．

以上により，プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,3\}}$ を採るとき，プレイヤー 1 の最適反応は $s_1^{\{1\}}$ である．(2-2) より，この場合プレイヤー 2 の最適反応は $s_2^{\{1,2\}}$ であるの

表 16: $s_2^{\{0,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2341	$CDD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$CDD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$
3214	$DD\dot{C}D$	$f_1(C,0)=0.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1$
3412	$DD\dot{C}D$	$f_1(C,0)=0.9$	$DD\dot{D}C$	$f_1(D,1)=4$
4231	$CDD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
4321	$CDD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$CDD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$

で，$(s_1^{\{1\}}, s_2^{\{0,3\}})$ はナッシュ均衡にならない．

（2-6）プレイヤー 2 が $s_2^{\{1,2\}}$ を採るとき

ここで，$s_2^{\{1,2\}}$ に対するプレイヤー 1 の最適反応として $s_1^{\{1,2\}}$ 以外のものがあっても，それによってプレイヤー 1 が $s_1^{\{1,2\}}$ よりも大きな期待利得を得ることはない．なぜなら，もしそうであれば $(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ はナッシュ均衡でないからである．

(2-7) プレイヤー 2 が $s_2^{\{1,3\}}$ を採るとき．

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合は，プレイヤー 1 が最初の手番の場合，プレイヤー 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番である場合である．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 17 のようになる．

表 17: $s_2^{\{1,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0)=0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1)=4$
1423	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DDD$	$f_1(D,0)=1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1)=4$
4123	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 28.6/8，D を採るときは 33.3/8 である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は以下の 10 個である．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 18 のようになる．プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 36.4/10，D を採るときは 34.2/10 であり，C を採る方が良い．

表 18: $s_2^{\{1,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2134	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
2143	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
2314	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1,$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DC$	$f_1(D,1)=4,$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4213	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}C$	$f_1(D,2)=4.1,$
4231	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4,$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1,$

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る順序は 5 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利

得は表 19 のようになる．

表 19: $s_2^{\{1,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2341	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$
2413	$DD\dot{C}C$	$f_1(C,1)=3.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1,$
2431	$DDC\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DDC\dot{D}$	$f_1(D,1)=4,$
3241	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4,$
3412	$DD\dot{C}D$	$f_1(C,0)=0.9$	$DD\dot{D}C$	$f_1(D,1)=4,$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 16.5/5，D を採るときは 17/5. よって D を採る方が良い.

プレイヤー 1 が，Q_1^3 を情報として得る順序は，$(3,4,2,1)$ のみで，明らかにプレイヤー 1 にとって C をとるよりも D を採る方が利得は高い.

以上により，プレイヤー 2 が $s_2^{\{1,3\}}$ を採るとき，プレイヤー 1 の最適反応は $s_1^{\{1\}}$ である.（2-2）より，$(s_1^{\{1\}}, s_2^{\{1,3\}})$ は $N(\mathscr{Q})/(s_3^{\{1,2\}}, s_4^{\{0\}})$ のナッシュ均衡でない.

（2-8）プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,1,2\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは以下の 3 つの場合である：（1）プレイヤー 1 が最初の手番の場合,（2）プレイヤー 2 または 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番の場合,（3）プレイヤー 2 と 4 が最初と次の手

番を占めてプレイヤー1が3番目の手番である場合．プレイヤー1が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー1の利得は表20のようになる．

表 20: $s_2^{\{0,1,2\}}$ においてプレイヤー1が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1の利得	プレイ	1の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1342	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1)=3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2)=4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2)=4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$

プレイヤー1の期待利得は，C を採るとき47.6/12であり，D を採るときは56.8/12である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー1は D を採る方が良い．

プレイヤー1が，Q_1^1 を情報として得る順序は以下の8つである．プレイヤー

1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 21 のようになる．

表 21: $s_2^{\{0,1,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
3142	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
4231	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}C$	$f_1(D,2)=4.1$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 31.6/8，D を採るときは 30.4/8 である．よって，彼は Q_1^1 において C を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^2 を情報として得る順序は 3 つある．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 11 のようになる．

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 3.9，D を採るときは 13/3 である．よって D を採る方が良い．

以上の結果から，$s_2^{\{0,1,2\}}$ に対するプレイヤー 1 の最適反応は $s_1^{\{1\}}$ である．

表 22: $s_2^{\{0,1,2\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^2 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2341	$CDD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$CDD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$
3241	$DCD\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DCD\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$
3412	$DD\dot{C}C$	$f_1(C,1)=3.9$	$DD\dot{D}D$	$f_1(D,0)=1$
3421	$DDC\dot{C}$	$f_1(C,1)=3.9$	$DDC\dot{D}$	$f_1(D,1)=4$

しかし，(2-2）の分析からこの戦略に対するプレイヤー 2 の最適反応は $s_2^{\{1,2\}}$ であるので，$(s_2^{\{0,1,2\}}, s_1^{\{1\}})$ はナッシュ均衡にならない．

(2-9）プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,1,3\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは以下の 3 つの場合である：(1）プレイヤー 1 が最初の手番の場合，(2）プレイヤー 2 または 4 が最初の手番でプレイヤー 1 が 2 番目の手番の場合，(3）プレイヤー 2 と 4 が最初と次の手番を占めてプレイヤー 1 が 3 番目の手番である場合．プレイヤー 1 が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー 1 の利得は表 23 のようになる．

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 44.6/12 であり，D を採るときは 56.5/12 である．よって，Q_1^0 においてプレイヤー 1 は D を採る方が良い．

プレイヤー 1 が，Q_1^1 を情報として得る順序は以下の 8 つである．プレイヤー 1 が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー

表 23: $s_2^{\{0,1,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2) = 4.1$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2) = 4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2) = 4.1$
1342	$\dot{C}DDD$	$f_1(C,0) = 0.9$	$\dot{D}CDD$	$f_1(D,1) = 4$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DDC$	$f_1(D,1) = 4$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2) = 4$	$\dot{D}DCD$	$f_1(D,1) = 4$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1) = 3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2) = 4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2) = 4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3) = 6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2) = 4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3) = 6$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2) = 4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3) = 6$

1 の利得は表 24 のようになる．

表 24: $s_2^{\{0,1,3\}}$ においてプレイヤー 1 が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1 の利得	プレイ	1 の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DD$	$f_1(D,0)=1$
3142	$D\dot{C}DD$	$f_1(C,0)=0.9$	$D\dot{D}DC$	$f_1(D,1)=4$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
4231	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$

プレイヤー 1 の期待利得は，C を採るとき 28.6/8，D を採るときは 29.3/8 である．よって，彼は Q_1^1 において D を採る方が良い．

以上の結果から，$s_2^{\{0,1,3\}}$ とプレイヤー 1 の最適反応の組がたとえナッシュ均衡であっても,（2）の始めに述べた理由により，プレイヤー 2 の期待利得は，$4.141\dot{6}$ よりも大きくはならない．

(2-10) プレイヤー 2 が $s_2^{\{0,1,2,3\}}$ を採るとき

プレイヤー 1 が Q_1^0 を情報として得るのは以下の 3 つの場合である：（1）プレイヤー 1 が最初の手番の場合,（2）プレイヤー 2 または 4 が最初の手番で

プレイヤー１が２番目の手番の場合,（３）プレイヤー２と４が最初と次の手番を占めてプレイヤー１が３番目の手番である場合．プレイヤー１が C または D を採るときの各順序におけるプレイヤーの選択とプレイヤー１の利得は表 25 のようになる．

表 25: $s_2^{\{0,1,2,3\}}$ においてプレイヤー１が Q_1^0 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	１の利得	プレイ	１の利得
1234	$\dot{C}CDD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1243	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1324	$\dot{C}DCD$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CCD$	$f_1(D,2)=4.1$
1342	$\dot{C}DDC$	$f_1(C,1)=3.9$	$\dot{D}CDC$	$f_1(D,2)=4.1$
1423	$\dot{C}CCD$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
1432	$\dot{C}CDC$	$f_1(C,2)=4$	$\dot{D}DCC$	$f_1(D,2)=4.1$
2134	$C\dot{C}DD$	$f_1(C,1)=3.9$	$C\dot{D}CD$	$f_1(D,2)=4.1$
2143	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}DC$	$f_1(D,2)=4.1$
2413	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$
4123	$C\dot{C}CD$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4132	$C\dot{C}DC$	$f_1(C,2)=4$	$C\dot{D}CC$	$f_1(D,3)=6$
4213	$CC\dot{C}D$	$f_1(C,2)=4$	$CC\dot{D}C$	$f_1(D,3)=6$

プレイヤー１の期待利得は，明らかに C を採るときより D を採るときの方が大きい．Q_1^0 においてプレイヤー１は D を採る方が良い．

プレイヤー1が，Q_1^1 を情報として得る順序は以下の8つである．プレイヤー1が C または D を採ると，各順序における各プレイヤーの選択とプレイヤー1の利得は表26のようになる．

表 26: $s_2^{\{0,1,2,3\}}$ においてプレイヤー1が Q_1^1 を情報として得る場合

	C のとき		D のとき	
順序	プレイ	1の利得	プレイ	1の利得
2314	$CD\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$CD\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
2431	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
3124	$D\dot{C}CD$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}CD$	$f_1(D,1)=4$
3142	$D\dot{C}DC$	$f_1(C,1)=3.9$	$D\dot{D}DC$	$f_1(D,1)=4$
3214	$DC\dot{C}D$	$f_1(C,1)=3.9$	$DC\dot{D}D$	$f_1(D,1)=4$
4231	$CCD\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CCD\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$
4312	$CD\dot{C}C$	$f_1(C,2)=4$	$CD\dot{D}C$	$f_1(D,2)=4.1$
4321	$CDC\dot{C}$	$f_1(C,2)=4$	$CDC\dot{D}$	$f_1(D,2)=4.1$

プレイヤー1の期待利得は，明らかに C を採るときより D を採るときの方が大きい．彼は Q_1^1 において D を採る方が良い．

以上の結果から，$s_2^{\{0,1,2,3\}}$ とプレイヤー1の最適反応の組がたとえナッシュ均衡であっても,（2）の始めに述べた理由により，プレイヤー2の期待利得は，$4.141\dot{6}$ よりも大きくはならない．

以上の（2-1）から（2-10）の結果により，$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ からは，プレイヤー1，2がいかなる自律安定的な戦略の組による逸脱を行っても，$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ で得られる期待利得よりも大きな期待利得を2人同時に得ることはできないことが示された．

以上の（1）と（2）により，$(s_1^{\{1,2\}}, s_2^{\{1,2\}}, s_3^{\{1,2\}})$ は $N(\mathscr{Q})/s_4^{\{0\}}$ において自律安定的であり，これによる逸脱で利得を増大できるナッシュ均衡 $(s_1^{\{0\}}, s_2^{\{0\}}, s_3^{\{0\}}, s_4^{\{0\}})$ は，提携安定的ナッシュ均衡ではない．

6　結句

本稿では，非協力が観察できる場合のジレンマンゲームにおける2種類のナッシュ均衡について，プレイヤーの選択ミスに対する安定性とプレイヤーのグループによる逸脱に対する安定性を調べた．検討の結果，前者に関してはどちらの均衡も一定の安定性が確認できたが，後者に関しては安定性は確認できなかった．これは，Nishihara（1999）で検討された非協力の有無が観察できる情報構造における結果と対照的な結果である．プレイヤーの情報が $\mathscr{Q}$ によってより詳しくなることにより，グループによる逸脱に関して均衡の不安定性が生じることをこの結果は示している．

参考文献

Axelrod, R. (1987), *The Complexity of Cooperation*, Princeton University Press, Princeton.

Bernheim, B.D., B. Peleg, and M. D. Whinston (1987), "Coalition-proof Nash Equilibria I. Concept," *Journal of Economic Theory* Vol.42, pp. 1-12.

Dawes, R. M. (1980), "Social Dilemmas," *Annual Review of Psychology* Vol.31, pp.169-193.

Fudenberg, D. and E. Maskin (1986), "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information," *Econometrica* Vol.54, pp.533-554.

Hardin, G. (1968), "The Tragedy of the Commons," *Science* Vol.162, pp.1243 -1248.

Kreps,D.M. and R.Wilson (1982a), "Sequential Equilibria,"*Econometrica* Vo 50, pp.863-894.

Neyman, A. (1999), "Cooperation in Repeated Games when the Number of Stages is not Commonly Known," *Econometrica* Vol.67, pp.45-64.

Nishihara, K. (1997), "A Resolution of N-person Prisoners' Dilemma," *Economic Theory* Vol.10, pp.531-540.

Nishihara, K. (1999), "Stability of the Cooperative Equilibrium in N-person Prisoners' Dilemma with Sequential Moves," *Economic Theory* Vol.13, pp.483-494.

Nishihara, K. (2011), "逐次手番をもつ n 人囚人のジレンマにおける協力の実現に対する情報構造の有効性," 福岡大学経済学論叢第 55 巻.

Okada, A. (1984), "Strictly Perfect Equilibrium Points of Bimatrix Games," *International Journal of Game Theory* Vol.13, pp.145-154.

Okada, A. (1993), ”The Possibility of Cooperation in an n-person Prisoners' Dilemma with Institutional Arrangements,” *Public Choice* Vol.77, pp.629-656.

Selten, R. (1975), ”Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Point in Extensive Games,” *International Journal of Game Theory* Vol.4, pp.25-55.

Schelling, T.C., (1978), *Micromotives and Macrobehavior*, Tront: W.W. Norton.

Varian, H. (1994), ”A Solution to the Problem of Externalities When Agents Are Well-Informed,” *American Economic Review*, Vol.84, pp.1278-1291.

van Damme, E. (1991), *Stability and Perfection of Nash Equilibria*, 2nd ed. Berlin, Springer-Verlag.