環境情報と均衡汚染レベル

西　原　　宏*

論文要旨　地域的な環境情報は、その地域における企業の生産活動についての集約的情報としての側面をもつ。本稿では、そのような環境情報が公表されるときに企業は長期にわたる戦略的相互依存関係をもつことに注目し、企業の生産意思決定と環境汚染レベルを分析するためのモデルとして１つの動学的ゲームを構築する。分析の結果、このゲームには無数のサブゲームパーフェクト均衡があり、均衡において起こりうる汚染レベルは、最も高いレベルから最も低いレベルまで様々なものがありうることが示される。

１．序

21世紀は環境の世紀といわれるように、環境保全の意識は我々の生活に急速に浸透しつつある。企業は、経済のいわゆる持続可能な発展をめざして、環境に配慮しながら生産活動を行うことが求められている。これを支援するものとして官公庁による環境情報の公開がある。本稿では、そのような環境情報が当該の地域で生産活動を行う企業の環境汚染行動を集約した情報である点に注目する。この情報によって長期にわたる戦略的相互依存関係があるとき、それらの企業がどのように生産を行い、どのような汚染レベルが実現

*福岡大学経済学部

するかを考察することが、本稿のねらいである。

公的機関による環境情報の公表は、現在、様々な形で行われている。例えば、我が国の水資源については、水質汚濁防止法によって、都道府県知事が公共用水域及び地下水の水質測定計画を作成し、それらの汚濁状況について常時監視を行うことが義務付けられている（環境省資料４－12）。このような公的環境情報は、本来の役割として、住民に彼らを取り巻く環境がどの程度保全されているかを示している。一方、このような情報が得られる場合、当該地域で生産活動を行う企業は、その情報から互いの環境汚染行動を推察することができる。すると、それらの企業は、他者の行動に関する推察を自分の行動に反映させることができ、長期にわたる戦略的相互依存関係を持つことになる。本論文の目的は、このような状況における企業行動を分析することである。

生産活動に伴う天然資源の減衰の問題としては、Gordon（1954）と Scott（1955）が、漁業コモンズについての萌芽的研究として知られている。彼らの後、この問題は、Tahvonen（1991）、宇沢・茂木（1994）、今泉・薮田・井川（1995）などにより成長理論によって詳しい分析がなされている。これらのモデルにおける天然資源等の共有財（コモンプール）は、河川や湖水などの清浄であれば生産に役立つ自然環境に読み替えることができるので、これらのモデルは汚染の問題のフレームワークとも見なすことができる。

一方、現代の高度に工業化された経済においては個々の企業が他者に対して大きな影響力をもち、寡占的競争状態だけでなく汚染問題においても関連する企業による戦略的関係が考察される必要がある。Shapley and Shubik（1969）による湖の汚染のモデルは、そのような試みの１つと考えることができる。上述のように、集約された公的情報を通して各企業は長期にわたる戦略的相互依存関係をもつが、それは、成長理論に基づく汚染のモデルによっては十分に把握することができない。

長期間の戦略的相互依存関係を記述するモデルとしては、繰り返しゲームが良く知られている。Hardin（1968）による「共有地の悲劇」は、n 人囚人のジレンマと呼ばれる標準形ゲームによって表すことができ、その繰り返しゲームを戦略的相互依存関係のある汚染問題のモデルと見なすこともできる。特に若干の修正を施して公的不完全情報における繰り返しゲーム（Fudenberg *et al*. 1994）として定式化すれば、それは、環境情報を公的情報とし、長期にわたる戦略的相互依存関係を明示的に扱うことのできるモデルとなる。しかしながら、汚染は長期間に蓄積される性質があるが、１つ１つのステージゲームが同一である繰り返しゲームによってはその特性をとらえることができない。

以上のように、公的情報による長期にわたる戦略的相互依存関係と汚染の蓄積の両方の要素を明示的に取り扱うために、新たなフレームワークを構築する必要がある。

本論文で提案するモデルは、次のような無限期間モデルである。各期の期首に各プレイヤーは、汚染レベルに関する情報を得る。それにもとづいて、各プレイヤーは生産量、即ち、汚染排出量を決定する。これらの汚染は、次の期までに一定の比率で減少する。各プレイヤーの各期の利得は、自己の汚染排出量と汚染レベルによって決まる。

このモデルの分析のために、プレイヤーの戦略として、期首の汚染レベルに依存して汚染の排出量を決定する戦略（定常戦略）を考える。分析の結果、繰り返しゲームのフォーク定理に類似した結果が成立することが判明する。詳しく言えば、次の３種類のサブゲームパーフェクト均衡の存在が明らかになる：(1) 汚染が最大の排出量で増え続ける；(2) 汚染が全く排出されず、初期の汚染レベルが単調に減少しついには消滅する；(3) ある範囲に入る任意の汚染レベルが長期間にわたって維持される。この結果は、企業の利得構造が全く同じであるにもかかわらず、均衡汚染レベルに関しては、最悪の場

合から最善の場合までの広い範囲で様々なレベルが起こりうることを示している。

本論文は以下のように構成される。次節では、モデルを記述する。第３節では、均衡分析を行い、主要結果を得る。最終の第４節をまとめにあてる。

２．モデル

次のような無限期間ゲームを考える。$N=\{1,2,...,n\}$ をプレイヤー（企業）の集合とする。第 t 期（$t=0,1,2,3,...$）の期首の汚染のレベルを b^t で表す。これは公的情報として t 期の期首に各プレイヤーに伝えられる。第０期における汚染レベル b^0 は所与であるとする。t 期の期首においてプレイヤー全員は b^t を伝えられ、それに基づいて汚染排出量 $a^t{}_i \in [0,1]$ を選ぶ。$a^t=(a^t{}_1,...,a^t{}_n)$ と定義する。プレイヤーの行動選択の結果、t 期の期末の汚染レベルは、

$$b^t + \sum_{j\in N} a_j^t$$

となる。プレイヤー i の t 期の利得を

$$f_i^t(a_1^t ..., a_n^t) = \alpha a_i^t - (b^t + \sum_{j\in N} a_j^t)$$

と定義する。ここで第１項は、汚染排出量（＝生産量）から決定する収入を表し、第２項は、汚染によって生じる生産コスト表す。分析の簡単化のため線形性を仮定し、α はこれら２つの要素を関係づけるためのパラメータである。ここでは、生産物市場における競争関係は考えない[1]。自然の回復力を表すために、汚染レベルは、第 t 期から第 $t+1$ 期までの間に比率 β（$0<\beta<1$）で減少するとする。つまり、

[1] １つの解釈としては、各企業はそれぞれの製品市場における独占企業であると考える。

$$b^{t+1} = \beta(b^t + \sum_{j \in N} a_j^t)$$

と表わされる。各プレイヤーは、このゲーム全体の利得を、割引要素 $0<\delta<1$ による利得の現在価値

$$F_i(a^0, a^1, ...) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t f_i^t(a^t)$$

で表す。これを割引総利得と呼ぶ。各プレイヤーは、割引総利得を最大にしようとすると仮定する。ここで以下の２つの仮定をおく。

仮定１：$\alpha > \dfrac{1}{1-\beta\delta}$.

この仮定の意味は次の通りである。任意の期に汚染排出量を１単位増やしたとする。これによる、収入の増分は α である。一方、この汚染によって追加される負の外部効果は、１単位の汚染が毎期 β の減少率で減少し、将来の利得は割引要素 δ で割り引かれて現在価値として評価されるので、その合計は、公比 $\beta\delta$ の等比級数となり、$-\dfrac{1}{1-\beta\delta}$ と評価される。よって、仮定１の不等式が成り立つとき、汚染排出量の増量は、その期に限れば利得の増大をもたらす。言いかえれば、他者の行動を所与とすれば、どのプレイヤーにとっても排出量の増大が利得の増大をもたらすことを表している。

仮定２：$\alpha < \dfrac{n}{1-\beta\delta}$.

この仮定の意味することは以下のようなものである。任意の期に各プレイヤーが汚染を最大限に（$a=1$）排出したとき、それによる収入は α である。一方、全員が $a=1$ の量の汚染を排出すると総量は n である。その負の外部効果の割引現在価値は、β による減衰を考慮すると公比 $\beta\delta$ の等比級数となり、$\dfrac{n}{1-\beta\delta}$ となる。よって、仮定２の不等式がなりたつとき、ある期に全員

が汚染排出量を１とするときの各自の利得 $\alpha-\frac{n}{1-\beta\delta}$ は、全員が排出量を０とするときの各自の利得＝０よりも全員にとって悪い状況となる。

汚染の問題は、しばしば、社会的ジレンマとしてとらえられる。仮定１と２は、Dawes（1980）による社会的ジレンマの条件に対応している。それは言葉でいえば以下のような状況である：個々のプレイヤーにとっては、他者が何を行おうとも汚染を行うことが利得の増大につながるが、全員が汚染を行う状況は全員で汚染を控える状況よりも全員にとって良くない状態である。

３．分析

期首汚染レベルにのみ依存して行動を決定する戦略を定常戦略と呼ぶ。数学的には、定常戦略は、σ_i：$\mathrm{R}^+\rightarrow[0,1]$ と表される。本論文では、各企業は定常戦略を採ると考える。

定常戦略のサブゲームパーフェクト均衡を分析しよう。まず、汚染が最大限の排出量で増え続ける均衡が存在する。

命題１． 均衡プレイにおいて、すべての $i\in N$ について $a^t{}_i=1\,(t=1,2,...,)$、$b^t \xrightarrow[t\to\infty]{} \frac{n}{1-\beta}$ であるサブゲームパーフェクト均衡が存在する。

証明. 全ての $b\geq 0$ について $\hat{\sigma}_i(b)=1$ である戦略 $\hat{\sigma}_i$ を考える。このとき、$(\hat{\sigma}_i,..., \hat{\sigma}_n)$ はサブゲームパーフェクト均衡である。なぜならば、この戦略の組では、１人のプレイヤーが戦略を変更しても他者の汚染排出量を変更させることにならないので、仮定１より最大排出量＝１を採り続けることがどの企業においても最適であるからである。この均衡プレイが命題で述べるようになることは明らか。■

これは、最悪の汚染レベルとなる均衡である。他の均衡において、このような最悪の状況が回避される場合が存在するかが問題である。それは可能である。

命題 2． δ が十分 1 に近く $b^0 < \beta(n-1)$ であれば、均衡プレイにおいてすべての $i \in N$ について $a^t{}_i = 0$ $(t=1,2,...,)$ であり、$b^t \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$ であるサブゲームパーフェクト均衡が存在する。

証明. 次のような戦略を考える：

$$\hat{\sigma}_i(b) = \begin{cases} 0 & b \in B \quad \text{のとき,} \\ 1 & b \notin B \quad \text{のとき。} \end{cases}$$

ただし、$B = \{b^0, \beta b^0, \beta^2 b^0, ...\}$ とする。$\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, ..., \hat{\sigma}_n)$ のもとでは、すべての $i \in N$ について $a^t{}_i = 0$ $(t=1,2,...,)$ で、期首汚染レベルは、$b^0, \beta b^0, \beta^2 b^0, ...$ となる。よって、命題を証明するためには、$\hat{\sigma}$ がサブゲームパーフェクト均衡であることを言えばよい。

任意にプレイヤー i を固定する。第 t 期に期首汚染レベルが b^t であるとする。以下では、上記のように定義された戦略 $\hat{\sigma}$ が、第 t 期以降のサブゲームにおいてナッシュ均衡であることを示す。

まず、$b^t = \beta^k b^0$ である場合を考える。このとき、$\hat{\sigma}$ における第 $t+1$ 期以降の割引総利得は、

$$-\sum_{l=1}^{\infty} \delta^l \beta^{k+l} b^0 \tag{1}$$

となる。第 t 期にプレイヤー i が、$\hat{\sigma}_i$ から逸脱して 0 以外の排出量をとるとする。次の期には、i 以外のプレイヤーは 1 をとる。その結果、第 $t+1$ 期の汚染レベルは $\beta(n-1)$ 以上の値となる。命題の仮定より、これは b^0 を超

えるので、これ以降は、期首汚染レベルが B に入ることはない。よって、全員が１をとる。よって，第 $t+1$ 期以降のプレイヤー i の最善の行動は１をとることである。したがって、第 $t+1$ 期のプレイヤー i の利得は、$1-\beta^{k+1}b^0-n$、第 $t+2$ 期の利得は $1-\beta^{k+2}b^0-n\beta-n$、第 $t+3$ 期には、$1-\beta^{k+3}b^0-n\beta^2-n\beta-n,...$となる。よって、第 t 期にプレイヤー i が $\hat{\sigma}_i$ から逸脱したときの第 $t+1$ 期以降の割引総利得は、最大でも

$$\sum_{l=1}^{\infty}\delta^l\{\alpha-\beta^{k+l}b^0-n(\beta^{l-1}+\beta^{l-2}+...+1)\} \tag{2}$$

である。ここで、

$$\begin{aligned}(1)-(2)&=\sum_{l=1}^{\infty}\delta^l\{-\alpha+n(\beta^{l-1}+\beta^{l-2}+...+1)\}\\&=\sum_{l=1}^{\infty}\delta^l\{-\alpha+n\frac{1-\beta^{l+1}}{1-\beta}\}\\&=\sum_{l=1}^{\infty}\{\delta^l(-\alpha+\frac{n}{1-\beta})-\frac{n\beta}{1-\beta}(\beta\delta)^l\}\\&=\frac{1}{1-\delta}\cdot(-\alpha+\frac{n}{1-\beta})-\frac{n\beta}{(1-\beta)(1-\beta\delta)}.\end{aligned}$$

ここで、仮定２より $\alpha<\frac{n}{1-\beta\delta}$ だから、 $-\alpha+\frac{n}{1-\beta}>0$ である。したがって、δ が十分１に近ければ、最終式の第１項は非常に大きな値となる。プレイヤー i が戦略を変更することで第 t 期に得られる利得の増分はたかだか有限の値だから、δ が十分１に近ければ、戦略の変更は利得を減少させることになる。よって、$\hat{\sigma}$ は第 t 期以降においてナッシュ均衡である。

次に、$b^t\notin B$ である場合を考える。このとき、第 t 期にプレイヤー i 以外のプレイヤーは、１をとる。その結果、第 $t+1$ 期の汚染レベルは $\beta(n-1)$ 以上の値となる。命題の仮定より、これは b^0 を超えるので、これ以降は、期首汚染レベルが B に入ることはない。よって、全員が１をとる。よって、

第 $t+1$ 期以降のプレイヤー i の最善の行動は 1 をとることであり、$\hat{\sigma}$ は第 t 期以降においてナッシュ均衡である。■

上の 2 つは、毎期、最大の汚染排出量によって汚染が進む状況と、毎期、全く汚染が排出されず、汚染が無くなる場合を表している。これらの中間の場合として、汚染レベルが一定の値で維持される均衡が存在する。

命題 3． δ が十分に 1 に近く $\beta<1/2$ であれば、$b^0 \leq \hat{b} < \beta(n-1)$ を満たす任意の $\hat{b}$ について、均衡プレイにおける各期の期首汚染レベルが $b^t = \hat{b}$ $(t=1,2,...)$ となるサブゲームパーフェクト均衡が存在する。

証明. 次のような戦略を考える：

$$\hat{\sigma}_i(b) = \begin{cases} \frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta} - b) & b \leq \hat{b} \quad \text{のとき,} \\ 1 & b > \hat{b} \quad \text{のとき。} \end{cases}$$

ここで，$\hat{b} < \beta(n-1)$ の仮定から任意の $b \geq 0$ について $\frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta} - b) < 1$ が保証されることに注意せよ。戦略の組 $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, ..., \hat{\sigma}_n)$ において、第 0 期の各プレイヤーの汚染排出量は $\frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta} - b^0)$ 、総汚染排出量は $\frac{\hat{b}}{\beta} - b^0$ 、期末汚染レベルは $\frac{\hat{b}}{\beta}$ 、よって、第 1 期の期首汚染レベルは $\hat{b}$ である。第 1 期の各プレイヤーの汚染排出量は $\frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta} - \hat{b})$ 、総汚染排出量は $\frac{\hat{b}}{\beta} - \hat{b}$ 、期末汚染レベルは $\frac{\hat{b}}{\beta}$ である。同様にして、第 2 期以降の各期の期首汚染レベルが、$\hat{b}$ となることが確かめられる。

任意の期 t_0 と任意の期首汚染レベル b^{t_0} から始まるサブゲームを考える。

このサブゲームにおいて $\hat{\sigma}$ がナッシュ均衡であることを２つの場合に分けて示す。

場合１：$b^{t_0} > \hat{b}$ の場合。$\hat{\sigma}$ のもとでは、第 t_0 期の汚染の総排出量は n となり、期末の汚染レベルは $n+b^{t_0}$ となる。第 t_0+1 期の期首汚染レベルは、$b^{t_0+1} = \beta(n+b^{t_0}) > \hat{b}$ となり（不等式は、仮定 $\hat{b} < \beta(n-1)$ から成り立つ）、この期の汚染の総排出量は再び n となる。第 t_0+2 期以降もこれが繰り返される。この場合、たとえプレイヤー i が第 t_0 期の排出量を０にしたとしても、汚染の総排出量は $n-1$ となり、期末の汚染レベルは $n-1+\dfrac{b^{t_0}}{\beta}$ 、第 t_0+1 期の期首汚染レベルは、$b^{t_0+1} = \beta(n-1)+b^{t_0} > \hat{b}$ となり、期首の汚染レベルが $\hat{b}$ を上回り続けることに変わりはない。よって、$\hat{\sigma}$ のもとでは、全員が排出量を１とする。仮定１より、どのプレイヤーも排出量を１より減らすことで利得は増加できないので、$\hat{\sigma}$ はナッシュ均衡である。

場合２：$b^{t_0} \leq \hat{b}$ の場合。$\hat{\sigma}$ のもとでは、汚染の総排出量は $\dfrac{\hat{b}}{\beta}-b^{t_0}$ となり、第 t_0 期の期末汚染レベルは $\dfrac{\hat{b}}{\beta}$ となる。第 t_0+1 期以降の期首の汚染レベルは $b^{t_0+1} = \hat{b}$ であり、汚染の総排出量は $\dfrac{\hat{b}}{\beta}-\hat{b}$ 、期末の汚染レベルは $\dfrac{\hat{b}}{\beta}$ となる。プレイヤー i が戦略を σ_i に変更し、$\hat{\sigma}$ と異なるパスが生じるとする。このとき t_0 期以降の割引総利得が $\hat{\sigma}$ のときと比較して増大しないことを示せばよい。

まず、任意の期間において（$\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}$）のパスが、$\hat{\sigma}$ のパスを下回るとき、その期間の（$\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}$）における割引総利得は $\hat{\sigma}$ における割引総利得を上回ることはないことを示す。次の補題を示す。

補題１． 第 t_1 期から第 t_2 期までの間において（$\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}$）と $\hat{\sigma}$ の２つのパスを考える。前者の期首汚染レベルの列を（$b^{t_1},...,b^{t_2}$）、後者の期首汚染レベルの列を（$\hat{b}^{t_1},...,\hat{b}^{t_2}$）で表す。$t=t_1,...,t_2$ について $b^{t_1}=\hat{b}^{t_1}\leq \hat{b}$ かつ $b^t\leq \hat{b}^t$ のとき、第 t_1 期から第 t_2-1 期の期間について、プレイヤー i の（$\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}$）における利得の割引総利得は $\hat{\sigma}$ における利得の割引総利得を上回ることはない[2]。

補題１の証明. まず、$t_2=t_1+1$ の場合について示す。仮定より $b^{t_2}\leq \hat{b}^{t_2}$ が成り立つが、いま $b^{t_1}=\hat{b}^{t_1}$ だから $\sigma_i(b^{t_1})\leq \hat{\sigma}_i(b^{t_1})$ でなければならない。よって仮定１より、第 t_1 期において、プレイヤー i の（$\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}$）における利得は $\hat{\sigma}$ における利得を上回らない。次に $t_2=t_1+2$ の場合について示す。プレイヤー i の第 t_1 期の汚染排出量を x_1、第 t_1+1 期における汚染排出量を x_2 とする。プレイヤー i 以外のプレイヤーは、第 t_1 期には $\frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta}-b^{t_1})$ を排出するので、この期のプレイヤー i の利得は、

$$\alpha x_1-\{\frac{n-1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta}-b^{t_1})+x_1\}\equiv(\alpha-1)x_1-\Delta_1$$

である。第 t_1+1 期の期首の汚染レベルは、

$$\beta\{b^{t_1}+\frac{n-1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta}-b^{t_1})+x_1\}=\frac{1}{n}\{\beta b^{t_1}+(n-1)\hat{b}\}+\beta x_1$$

である。よって、t_1+1 期におけるプレイヤー i 以外のプレイヤーは、

$$\frac{1}{n}[\frac{\hat{b}}{\beta}-\frac{1}{n}\{\beta b^{t_1}+(n-1)\hat{b}\}-\beta x_1]\equiv-\frac{\beta}{n}x_1+\Delta_2$$

を排出する。よって，この期のプレイヤー i の利得は、

[2] 期首汚染レベルは、その前期の汚染排出量を反映する。そのために、総利得については第 t_2-1 期までについて性質を述べることができる。

$$\alpha x_2 - \{(n-1)(-\frac{\beta}{n}x_1 + \Delta_2) + x_2\} \equiv (\alpha - 1)x_2 + \frac{\beta(n-1)}{n}x_1 + \Delta_3$$

となる。したがって、この２期間におけるプレイヤー i の割引総利得は、

$$\{(\alpha-1)x_1 - \Delta_1\} + \delta\{(\alpha-1)x_2 + \frac{\beta(n-1)}{n}x_1 + \Delta_3\}$$

$$= \{(\alpha-1) + \frac{\beta\delta(n-1)}{n}\}x_1 + \delta\{(\alpha-1)x_2 - \Delta_1 + \delta\Delta_3 \qquad (3)$$

である。一方、補題の仮定より、次が満たされなければならない。

$$b^{t_1+1} = \frac{1}{n}\{\beta b^{t_1} + (n-1)\hat{b}\} + \beta x_1$$

$$\equiv \beta x_1 + \Delta_4 \leq \hat{b}, \qquad (4)$$

$$b^{t_1+2} = \beta[(n-1)\{-\frac{\beta}{n}x_1 + \Delta_2\} + x_2]$$

$$= -\frac{\beta^2(n-1)}{n}x_1 + \beta x_2 + \beta(n-1)\Delta_2 \leq \hat{b}. \qquad (5)$$

ここで、これらの制約の下で(3)が最大となるのは、(x_1, x_2) がどのような値のときであるかを考える。(3)において、明らかに、x_1 の係数は x_2 の係数より大きい。一方、(5)において、x_1 の係数は負であり x_2 の係数は正である。よって、まず、x_1 を制約(4)が満たされる最大の値とし、そのもとで x_2 を制約(5)が満たされる最大の値とするとき、(3)は最大となる。これは、明らかに、$b^{t_1+1} = \hat{b}^{t_1+1}$、$b^{t_1+2} = \hat{b}^{t_1+2}$ の場合である。よって、プレイヤー i の $(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における利得は $\hat{\sigma}$ における利得を上回らない。

同様にして、第 t_1 期から第 $t_2 - 1$ 期までの期間のプレイヤー i の割引総利得が最大となるのは、プレイヤー i の各期の汚染量が制約 $b^t \leq \hat{b}$ が満たされる範囲で最大となるときであることを示すことができる。これより補題は明

らか。

補題１より、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における汚染レベルが $\hat{\sigma}$ における汚染レベルを上回らない期間において、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ におけるこの期間の最後から２番目の期までの割引総利得は $\hat{\sigma}$ における割引総利得を上回らないことは明らか。

最後に、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ によってある期の期首汚染レベルが $\hat{b}$ を超えるならば、その１つ前の期から後の $(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ での割引総利得は、$\hat{\sigma}$ におけるそれを超えることがないことを示す。いま、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ において、期首汚染レベルが $\hat{b}$ を超える最初の期を t 期（$t \geq t_0+1$）とする。以下では、t 期以降のプレイヤー i の $(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における割引総利得を $\hat{\sigma}$ におけるそれとを比較し、それに基づいて $t-1$ 期以降の割引総利得の比較を行う。

$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ において、$b^t > \hat{b}$ であるからプレイヤー i 以外の各プレイヤー j は、第 t 期に $a_j=1$ をとる。したがって、第 t 期の汚染総排出量は、少なくとも $n-1$ となる。よって、仮定 $\hat{b} < \beta(n-1)$ から、第 $t+1$ 期においても $b^{t+1} > \hat{b}$ となり，汚染総排出量は少なくとも $n-1$ となる。これが以後の全ての期で成り立つ。こうして得られる t 期以降のプレイヤー i の利得を、$\hat{\sigma}$ における利得と比較しよう。第 $t+m$ 期（$m \geq 0$）において、

$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における利得－ $\hat{\sigma}$ における利得

$$=[\alpha x-(n+\beta n+\ldots+\beta^{m-1}n+\beta^m b^t)]-[\alpha\frac{1}{n}(\frac{\hat{b}}{\beta}-\hat{b})-\hat{b}(1+\beta+..+\beta^m)].$$

ただし $x=\sigma_i(b^t)$ とする。$0 \leq x \leq 1$ より、

$$\text{最終式} \leq [\alpha-n\frac{1-\beta^m}{1-\beta}-\beta^m b^t]-[\frac{\alpha(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}-\hat{b}\frac{1-\beta^m}{1-\beta}-\beta^m\hat{b}]$$

よって、第 t 期以降の割引総利得の差は最大でも次の値となる。

$$\sum_{m=0}^{\infty}\delta^m[\alpha\{\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}\}-(n-\hat{b})\frac{1-\beta^m}{1-\beta}-\beta^m(b^t-\hat{b})]$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\delta^m[\alpha\{\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}\}-\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}+\beta^m\{\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}-(b^t-\hat{b})\}]$$

$$=\frac{1}{1-\delta}[\alpha\{\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}\}-\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}]+\frac{1}{1-\beta\delta}[\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}-(b^t-\hat{b})]. \qquad (6)$$

ここで、最初の［　］が負であることが、次のようにして確かめられる。仮定２より

$$\alpha\{\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}\}-\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}<\frac{n}{1-\beta\delta}\{\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{\beta n}\}-\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}$$

$$<\frac{\beta n-(1-\beta)\hat{b}}{(1-\beta)\beta}-\frac{n-\hat{b}}{1-\beta}.$$

最後の不等式は、$0<\delta<1$ から成り立つ。

$$\text{最終式右辺}<0 \Leftrightarrow \beta n-(1-\beta)\hat{b}<\beta(n-\hat{b})$$

$$\Leftrightarrow 2\beta<1.$$

命題の仮定 $\beta<1/2$ から、(6)式の最初の［　］が負であることが言える。したがって、δ が十分に１に近いとき、(6)は十分に小さな負の値となる。補題１より、第 t_0 期から第 $t-2$ 期において、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ での利得の割引価値は、$\hat{\sigma}$ における利得の割引価値を上回らない。また、第 $t-1$ 期において、$(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における利得と $\hat{\sigma}$ における利得の差は、たかだか有限である。よって、δ が十分に１に近いとき、第 $t-1$ 期以降の $(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ における割引総利得は $\hat{\sigma}$ のそれに比べて十分に小さな負の値となる。こうして、サブゲームにおける $(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i})$ の割引総利得は $\hat{\sigma}$ の割引総利得を上回らないことが示される。■

以上の分析によって、定常戦略におけるサブゲームパーフェクト均衡が３種類存在し、汚染の拡大、汚染の消滅、一定量の汚染レベルの維持が起こりうることが明らかになった。これらの結果が、同じ利得関数のもとで得られていることに注意すべきである。つまり、ゲームとしては全く同じ状況であるのもかかわらず、プレイヤーの用いる戦略によって、最悪の事態から最善の事態まで、様々な結果が起こりうるということである。これは、汚染の生起に関しては、各プレイヤーの利得関数だけでなく、彼らの戦略的な対応関係が重要であることを示唆する。

４．まとめ

本稿では、公的な環境情報の下での汚染の排出行動をとらえるための１つのモデルを提案し、基本的な均衡分析を行った。分析の結果、均衡において起こりうる汚染レベルは様々であることが判明した。情報と戦略的行動の関係は、社会現象の解明において重要な点であり、これは環境問題においても詳しく調べられるべきことがらである。公的な環境情報の下での環境汚染の問題を考察するための試論として本論文を位置づける。

参考文献

Dawes, R. M. (1980), “Social Dilemmas,” Annual Review of Psychology Vol.31, pp.169-193.

Fudenberg and Maskin (1986), “The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information,” *Econometrica* Vol.54, pp.533-554.

Fudenberg, D., D. Levine, and E. Maskin (1994), “The Folk Theorem with Imperfect Public Information,” *Econometrica* Vol.62, pp.997-1039.

Gordon, H. (1954), “The Economic Theory of a Common Property Resources : The Fishery,” *Journal of Political Economy* 62, pp.124-142.

Hardin, G. (1968), “The Tragedy of the Commons,” *Science* 162, pp.1243-48.

Scott, A. D. (1955), “The Fishery : The Objectives of Sole Ownership,” *Journal of Political Economy* 63, pp.116-124.

Shapley, L. and M. Shubik (1969), “On the Core of an Economic System with Externalities,” *American Economic Review* 59, pp.678-684.

Tahvonen, O. (1991), “On the Dynamics of Renewable Resource Harvesting and Population Control,” *Environmental and Resource Economics* 1, pp.97-117.

今泉博国・薮田雅弘・井田隆志（1995）、「コモンプールと環境政策の課題」、計画行政18、pp. 58-67。

宇沢弘文（2003）、『経済解析　展開篇』岩波書店。

宇沢弘文・茂木愛一郎（1994）、『社会的共通資本：コモンズと都市』、東京大学出版会。

環境省（2009）、「水環境のモニタリングとデータの蓄積について」、環境省ウェブサイト資料４－12。