

特殊相対性理論と消費者余剰分析： 「単位の相対性」について

山 崎 好 裕*

はじめに

小樽商科大学名誉教授の原田稔は、原田（2004）や Harada & Sachs（1998）、Harada & Sachs（1999）、Harada（2003）において、アインシュタインの特殊相対性理論が示す、運動系において長さや時間が収縮する現象について、「単位の相対性」という解釈を示している。この議論の背景にあるのは、これらの事態が決して物理的な変形として起きているのではないという認識である。原田によれば、相対論は新しいものの見方を提示しているのであって、新しい物理法則を提起しているのではない。要するに、座標系によって、1メートルや1秒が表す物理的量が異なるということを、アインシュタインは主張していたのだということである。

そして、同じ金銭1単位が表す物量が円やドルという通貨単位によって異なっているという例を挙げて説明を行っている。しかし、単位が異なれば、数値が異なってくるのは当然のことであり、原田が相対論の主張であるとしている、1メートルや1秒が座標系によって異なった量を表しうるとい

*福岡大学経済学部

とは全く違う。

本稿では、原田が実際のところ何を主張しているかを解明した上で、それに該当する経済学での事例を示して比較したい。ミクロ経済学では、価格の変化に伴う消費者余剰の変化を考えると、金銭1単位が表す効用量が変化してしまうことが指摘されているが、この理論との対比が行われることになるであろう。

1. 特殊相対性理論と長さや時間の単位

ガリレオ変換の場合、静止系 (x, y, z) の x 軸方向に速度 v で動いている運動系 (x', y', z') について以下の式が成り立つ。

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z$$

一方、相対論が前提にするローレンツ変換では、時間も含めて以下の四つの式が成り立つことになる。

$$x' = \frac{x - vt}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

ここで第1式と第4式の分母はローレンツ縮小因子と呼ばれるものである。この縮小因子の分だけ、進行方向に向かって物体の長さは収縮するし、時間の流れも運動系では短縮するというのである。

しかし、原田たちの解釈では、これは一切物理的変化とは関係ない。何も変わっていないのに収縮や短縮が起きるためには、単位が同じなのに数値が

変わらなければならない。つまり、今、静止系のメートルを m_s 、運動系のメートルを m_M で表し、静止系の秒を s_s 、運動系の秒を s_M で表すならば、次のような変換則が成り立つはずである。

$$1m_M = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} m_s, 1s_M = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} s_s$$

運動系での 1 メートルは静止系での 1 メートルよりも長いので、その物差しで測定すれば数値は小さくなる。また、運動系での 1 秒は静止系での 1 秒よりも長いので、その物差しで測定すれば数値は小さくなる。

こうした解釈は特殊相対性理論がもたらす種々のパラドクスを生じさせないため、実に妥当なものと考えられる。しかし、そこに一切物理的な変化がなく、単に単位の表す量が変化しているのだとして、では、いったい何が変化しているのかが疑問として浮上してくる。

サックスは述べる。相対論における時間や空間は、物理法則の表現のために必要なものとして人間が考案した便宜的な言葉であると。だが、この言明でむしろ謎は深まる。だとすると、時間や空間の単位は人間にとって主観的なもの、あるいは制度的なものであるのだから、なぜ、座標系が異なったとき、それを変更するように強制されるのであろうか。結局、彼らの解釈も隘路に迷い込むのである。

おそらく、ここには、アインシュタインの相対論が本質的に抱え込んでいる問題点が集約的に表現されているのだろう。アインシュタインの特殊相対性理論は、光速度一定の原理を中心においている。これは、原理で法則ではない。そして、注意が必要なのは、アインシュタインが主張したのが、光速度一定ということであって、光速一定ということではない点である¹。光速

一定は古典物理学のマックスウェル方程式から直ちに導かれるものであるが、光速度一定はアインシュタインの特異な主張であった。アインシュタインが、とは言わないが、一般には今もこの点を区別しないで理解されていることも多いのではないだろうか。

さて、電磁気学の常識からして、光速は c という一定の値になる。では、この一定のスピードで進む光を、光に対して相対的に運動している座標系から見たら、いったいどうなるであろうか。常識的に考えれば、光の進行方向に関して、自分が動いている成分だけ、相対的な光速度が変化して見えるはずである。

だが、アインシュタインはそう考えなかった。相対的な運動系から見ても、光速度が一定になるという原理を立てたからである。それが成り立つために、ローレンツ変換に従って長さや時間が変化しなければならない。

2. 消費者余剰分析と効用

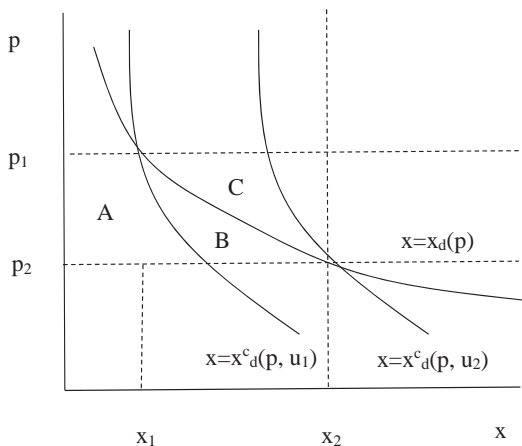
図にはまず通常の需要曲線を描いている。消費者の所得を m としたとき、価格 p のある財と価格 1 の他の財に所得 m を全額支出して効用を最大化するとき、その財の需要量 x と価格 p とを対応させる関数をマーシャルの需要関数と呼んでいる。図ではこれを式 $x = x_d(p)$ で表している。

これに対して、ある効用水準を達成するときに、価格 p のある財と価格 1 の他財への支出額を最小にすることを考え、このときのその財の需要量 x と価格 p とを対応させる関数をヒックスの需要関数、または、補償需要関数と呼んでいる。これを式 $x = x^d(p, u)$ で表せるであろう。最小支出額も $E(p, u)$

¹ 速度 (velocity) はベクトル量であって方向を伴っている。これに対して、速さ (speed) はスカラー量である。光は電磁波であるから、たとえ運動系から発射されたとしても真空中では常に一定の速さになる。

という関数で表すことにする。

グラフで表すならば、補償需要関数は通常の需要関数より傾きの急な曲線になる。これは、価格の低下に伴って財の需要量を増加させると効用水準が上昇していくのだが、定義上補償需要関数では効用水準は一定に留まるのだから、通常の需要関数ほど需要量を増やすことができないのである。



この財の価格が p_1 から p_2 へと低下したとしよう。所得 m は一定であるから、この財が、所得が低下した場合に需要が増加する財²であるとして、需要量は x_1 から x_2 へと増加するであろう。このとき、効用水準は高まっているわけだが、その変化分を所得の変化として金額で表すことを考える。そして、この算定には、価格変化前の効用水準を前提にするか、価格変化後の効用を前提にするかによって、2種類の表現があるはずである。価格変化前の効用水準を前提にしたものを補償変分 CV (compensating valuation)、価格変

² こうした財を上級財と呼ぶ。

化後の効用水準を前提にしたものを等価変分 EV (equivalent valuation) と呼ぶ。

$$CV = m - E(p_2, u_1), EV = E(p_1, u_2) - m$$

図では、CV は面積 A で表され、EV は面積 A+B+C で表される。なぜならば、補償需要関数のグラフの性質から言って、ある需要量に対応する価格は、効用水準を一定に留めた上で、その財 1 単位の需要増加がもたらす追加的効用を金額で表したものになっており³、それを順に合計することで効用の変化分の金銭額を算出できるからである。

単純に、マーシャルの需要関数のグラフの下で価格の水平線より上の面積を消費者余剰 CS (consumer's surplus) と呼んでいる。したがって、価格の変化に伴う消費者余剰の変化 ΔCS は面積 A+B である。このため、価格が低下した場合、図からわかるように $CV < \Delta CS < EV$ の関係が成り立つ。

しかし、補償変分、等価変分、消費者余剰の変化分のいずれもが、価格の変化による効用水準の変化を金額で表したものであったはずである。にも関わらず、測度によって数値が異なるのはなぜであろうか。これは同じ金銭 1 単位で表される効用の分量が異なるということ以外の何物でもない。まさに、相対論の原田=サックス解釈と平行な事態がここに生じているのである。

補償変分が意味しているのは、価格変化前の効用水準を実現するのであれば、安くなった価格の下でどれだけお金が浮くかということである。三つの測度のなかで数値がいちばん小さくなるのは、金銭単位 1 が表現する効用が三つの測度のなかでいちばん大きいからに他ならない。価格が低下した状況を基準にしているので、1 円分の財が支配できる効用の増加分が大きくな

³ その背後で価格 1 の他財の需要が減って、同量の効用が減少しているので効用水準は一定に保たれるのである。

ているからである。

逆に。等価変分は、価格変化後の効用水準を価格変化前に実現するには、あといくら所得を追加してもらわないといけないかを表している。このため、三つの測度のなかでいちばん数値が大きくなる。この場合、価格が高かった状況を前提にしているので、1円分の財が支配できる効用の増加分が小さい、金銭1単位が表現する効用が小さいから、同じ効用の変化を図った場合に数値が大きくなるのである。

消費者余剰の場合は、需要曲線に沿って金銭1単位が表現する効用が連期的に変化しているのに、それに頓着せずに単純に合計しているため、効用の変化の正確な金銭表現になっていないとされる。「座標系」を価格変化前か価格変化後に固定して測定しなければならないわけだが、これは1円の表現する効用量を一定にせよと要請していることになる。

おわりに

本稿では相対論についての原田＝サックス解釈に基づいて、消費者余剰分析における測定単位の問題を見てきた。両者の間には実にパラレルな関係が見られたと言っていい。しかし、よく検討してみると大きな相違があることがわかる。

相対論の原田＝サックス解釈の要点は、あくまでも静止系と運動系との間に物理的な違いは存在しないということであった。だから、この解釈よれば、同時性ということに関して揺らぎはないことになる。つまり、どちらの座標系で測っても客観的な意味での長さは同じであるし、客観的な意味で同じ時間が流れている。だが、その場合、同じ単位であるメートルや秒を使うことは基本的にミスリーディングということになるであろう。

これに対して、消費者余剰分析においては1円という金銭単位に変化が生

じているわけではないのではないか。生じているのは1円の表す効用という内容量の変化である。これは相対論の原田＝サックス解釈の否定した実在的な対象物の変化であって、価格変化前と価格変化後で金銭1単位が区別されなくてはいけないということではないだろう。だから、むしろ、相対論の通常の解釈と対応する事態ということになるかもしれない。

参考文献

- 原田稔 (2004) 『相対論の矛盾を解く』日本放送出版協会。
- Harada, M. (1999) 'Universality of the Numerical Value of Length and its Implications for Time Dilation,' *Physics Essays* 12.
- Harada, M. (2003) 'Einstein and Space-Time Units,' *Physics Essays* 16.
- Harada, M. and M. Sachs (1998) 'Reinterpretation of the Fitzgerald-Lorentz Contraction,' *Physics Essays* 11.