

遅延帰還のあるシュミットトリガー・インバータにおける コヒーレンス共鳴と確率共鳴

御園 雅俊¹⁾・宮川 賢治¹⁾

(平成 21 年 11 月 30 日受理)

Coherence Resonance and Stochastic Resonance in a Schmitt-trigger Inverter with Delayed Feedback

Masatoshi MISONO¹⁾ and Kenji MIYAKAWA¹⁾

(Received November 30, 2009)

Abstract

The coherence resonance (CR) and the stochastic resonance (SR) are studied in a Schmitt-trigger inverter (STI) with a delayed feedback loop. The output time series and its power spectra are analyzed changing both the input noise amplitude and the delay time of the feedback loop. We find that this system shows both CR and SR. In CR, the coherence of the system is maximized when the transition rate between two stable states of STI coincides with the characteristic frequency of the feedback loop. In SR, complex dependences of the signal-to-noise ratio on the input noise amplitude are explained by phase locking of the CR motion to the SR motion.

1. はじめに

ランダムな雑音に対する非線形システムの動的応答の研究が活発に進められている。とくに、非線形システムにおける雑音とコヒーレントな信号の協力効果である確率共鳴^[1] (Stochastic Resonance, SR) は、自然科学の幅広い領域において研究が行われてきた。さらに、雑音だけが入力された場合も、非線形システムに秩序が誘起される。この現象はコヒーレンス共鳴 (Coherence Resonance, CR) と呼ばれ^[2,6]、非線形ダイナミクスの研究において重要性を増している。

最近、遅延のある帰還ループを持つ系における SR

や CR が注目を集めている。非線形要素と帰還の協力効果によって様々な現象が引き起こされる。帰還を持つ系の中に非線形要素があると、この系の振る舞いは系そのものの性質だけでなく入力の特性にも依存するようになる。遅延帰還のある系における CR の実験的研究は、面発光レーザー^[7,8]、光帰還を設けた半導体レーザー^[9]、化学反応系^[10] などにおいて行われている。遅延のある双安定系についての CR^[11] および SR^[12,13] の理論的研究も行われている。遅延のある興奮系についても、CR^[14,15] および SR^[16] の理論的研究が行われている。

このような遅延帰還のある系では、SR と CR の間

¹⁾ 福岡大学理学部物理科学科, 〒 814-0180 福岡市城南区七隈 8-19-1

Department of Applied Physics, Faculty of Science, Fukuoka University, 8-19-1 Nanakuma, Jonan-ku, Fukuoka, 814-0180, Japan

の相互作用が期待されるが、その研究は端緒に就いたばかりである。化学反応系において、雑音により誘起された位相同期の研究が行われている^[17,18]。外部信号の周期と雑音に誘起された変動の周期とが簡単な整数比であるとき、雑音によって誘起された変動の位相は外部信号の位相にロックされる。このような系では、入力雑音の振幅が変化したとき、系のコヒーレンスは2つの極大を持つ^[18,19]。1つの極大はSRによるものであり、もう1つはCRによるものである。特性周波数の異なる2つのCR振動子間の位相同期の研究も行われている^[20]。

本研究で用いるシュミットトリガー・インバータ (Schmitt-trigger inverter, STI)^[21] は、CR や SR の基礎的な研究を行うのに最も適したデバイスの1つである。入力を反転させて出力するインバータの一種であるが、ヒステリシス特性をもつ双安定素子である。単純な電子回路であるため、小さく、安定に動作し、そのパラメータは容易に制御することができる。STIのダイナミクスについてはSRの初期の研究において研究が行われている^[22-24]。これらはいずれも帰還ループがない場合についてのもので、この場合SRは起こるがCRは起こらない。本研究のように帰還ループを設けて初めて、STIにおいてCRも起こるようになる^[25]。この系におけるCRやSRの特性は、帰還ループにおける遅延、すなわち位相シフトに依存する。

本論文では、遅延帰還ループを設けたSTIにおけるCRとSRについて、系の時間発展とそのパワースペクトルに基づいて議論する。上に述べたとおり、STIでは帰還ループを設けて初めてCRが可能となる。これは、この系がコヒーレントな入力がない場合でも、自発的なコヒーレンスを生み出すことを意味している。我々は系に入力する雑音の振幅や帰還ループの遅延時間を変化させてこの系の周波数特性について研究を行った。

さらに、この系におけるSRとCRの相互作用についても述べる。これらの現象の相互作用によってSRの共鳴曲線は通常のSRとは異なる複雑な構造を示すようになる。

2. 実験

本研究の実験システムを Fig. 1 に示す。Figure 1(a) は実験システムの全体図である。CRの実験では雑音のみを入力、SRの実験では雑音と周波数 $f_s = 1$ kHz の正弦波信号の両方を入力した。これら入力波形はコンピューターで作成し、DAコンバーターから出力した。雑音の強度分布はガウス型で、サンプリング周波数は 800 ksample/s である。このため、本研究の周波

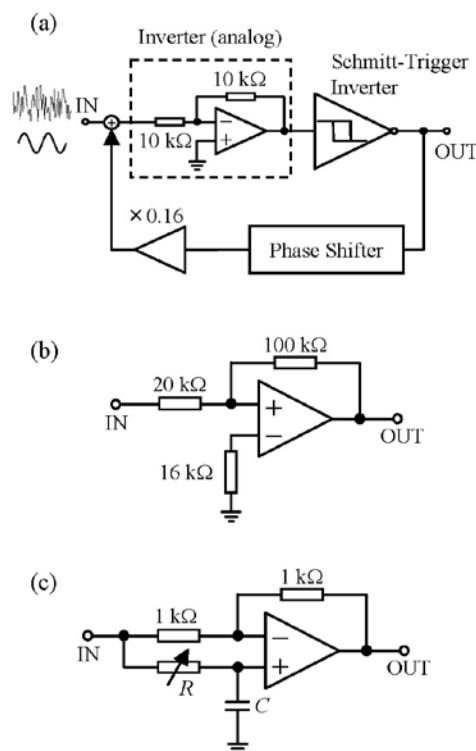


Fig. 1 (a) Experimental setup. (b) Schmitt-trigger inverter. (c) Phase shifter.

数領域では、白色雑音とみなすことができる。

この入力波形はまずアナログの反転増幅器によって反転させた。これはシュミットトリガー・インバータ (STI) と合わせて位相シフトがゼロとなるように挿入したものである。この2つのインバータによる遅延時間は $10.0 \mu\text{s}$ であり、帰還ループの遅延時間よりはるかに短いので無視することができる。

STIは、74HC14等の専用ICも容易に入手できるが、ここではオペアンプを用いて製作した (Fig. 1(b))。これによって双安定領域の範囲などの特性を所望の値とすることができる。オペアンプを利用して構成される通常の増幅器では反転入力に出力を帰還するが、STIでは正相入力に帰還することに注意する。このSTIの入出力特性を Fig. 2 に示す。入力が -3 V から $+3$ V のとき、双安定特性を示していることがわかる。

STIの出力は、アナログ反転増幅器の入力へと帰還させた。この帰還ループ中に移相器 (Phase Shifter) を設置した。この回路図を Fig. 1(c) に示す。入力信号の周波数が f であるとき、この移相器の位相シフト ϕ は、 $\phi = -2 \tan^{-1}(2\pi fRC)$ と表せるので、位相シフトと f の関係は Fig. 3 のようになる。 ϕ は f が 0 のとき 0、 $f \rightarrow \infty$ の極限では $\phi \rightarrow -\pi$ となる。 ϕ はコンデンサーの容量 C と抵抗の値 R を変化させることによって制御することができる。位相シフトが $-\pi/2$

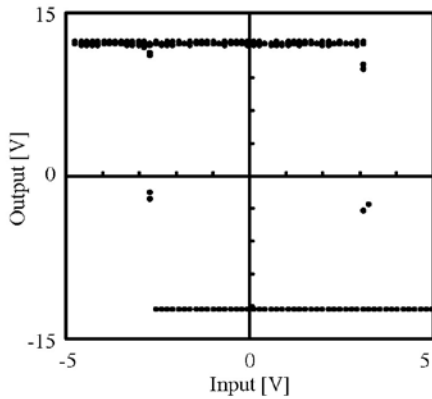


Fig. 2 Bistable characteristics of the Schmitt-trigger inverter.

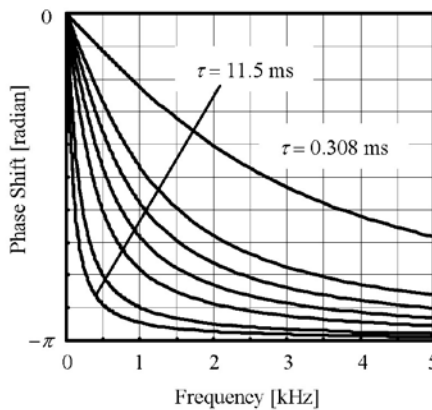


Fig. 3 Frequency dependence of the phase shifter. The curves are for $\tau = 0.368, 0.905, 1.28, 1.84, 2.81, 6.19, 11.5$ ms in descending order.

となる周波数を f_d とすると、 $f_d = 1/2\pi RC$ である。また、この逆数 $\tau = 2\pi RC$ をこの帰還ループの遅延時間と考えることができる。もし同軸ケーブルを利用して 1 ms 程度の遅延を得ようとするならば、数 100 km もの長さのケーブルが必要となるが、本研究の移相器は同程度の遅延時間を小さな電子回路によって実現することができる。この移相器の利得は 1 であるが、抵抗分割によって 0.16 倍とした後、アナログ反転増幅器の入力に帰還した。

また、STI の出力を AD コンバーターによってコンピューターに取り込んだ。このサンプル周波数は 250 ksample/s である。1 回の測定で 225000 点のデータを取得し、高速フーリエ変換 (FFT) によってパワースペクトルを求め、100 回積算した。

3. 結果と考察

3-1. コヒーレンス共鳴

まず、Fig. 1(a) の実験系に雑音のみを入力した場合、すなわち、コヒーレンス共鳴の実験結果について述べる。

Figure 4 に、帰還ループの遅延時間 τ を変化させたときの系の出力の時間発展と、そのパワースペクトルを示す。(a), (b), (c), (d), (e), (f) は、それぞれ、 $\tau = 0.368, 0.905, 1.28, 2.81, 6.19, 11.5$ ms のときのものであり、いずれについても、上段は入力雑音振幅の標準偏差 σ が 0.6 V、中段は 1.2V、下段は 4.0 V のときのものである。時系列の図の縦軸はすべて -15 V から +15 V まで、パワースペクトルの図の縦軸は対数目盛で 10 dB/div である。STI の出力は大小 2 値しか取りえないため出力の時間変化は矩形となり、したがって、パワースペクトルは基本周波数の他に奇数次高調波の周波数にも大きなピークを持つ。

σ が 0.6 V のとき、いずれの τ についても、2つの状態間の遷移があまり起こらない。これに対応して、パワースペクトルは低い周波数に幅の広いピークを持つ。この幅の広いピークの周波数は、 τ の値が大きくなるに従って小さい値をとることが分かる。

σ が 1.2 V のとき、いずれの τ の場合も、出力は規則正しい矩形波となっており、 τ が大きいほど周期が大きい。これに対応して、パワースペクトルには基本周波波およびその奇数次高調波を表すピークが見られる。それらの周波数は τ が大きいほど小さくなっており、線幅も τ が大きいほど小さくなっている。

σ が 4.0 V となると、大振幅の雑音によって STI は 2つの状態間をランダムに遷移するようになり、時系列にあまり規則性が見られなくなる。パワースペクトルにおいては、2状態間の高速な遷移に対応してピーク周波数が大きくなるが、遷移の規則性が小さくなっているため、線幅が著しく広がっている。

このように、パワースペクトルに現れるピークの鋭さは、 τ および σ に依存して変化する。この依存性についてまとめたのが Fig. 5 である。この図において、縦軸は $\beta = S(f_0) \cdot f_0 / \Delta f$ で表されるコヒーレンス度である。ここで f_0 は基本波のピーク周波数、 $S(f_0)$ は周波数 f_0 におけるピークの高さ、 Δf は半値半幅である。 β の値が大きいくほど、パワースペクトルに現れるピークは鋭く、時系列は規則正しくなる。この図から、いずれの τ についても、 σ の変化に対して β は極大値をとることが分かる。その極大値は、 τ が大きいほど大きく、極大値をとるときの σ の値は、 τ が大きいほど小さい。

σ がコヒーレンス度 β を極大とする値をとる場合に

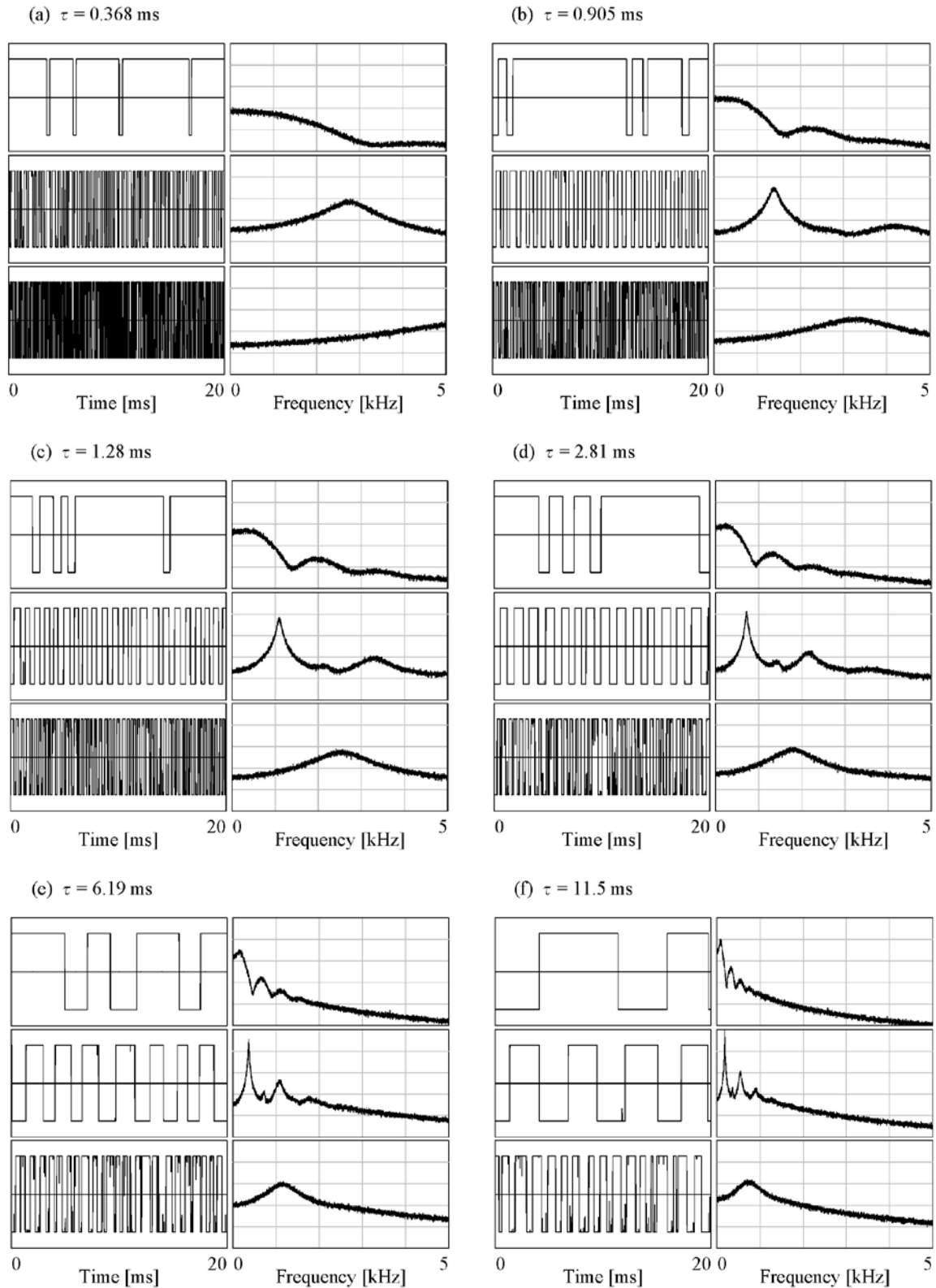


Fig. 4 Time series and their power spectra of the system output for (a) $\tau = 0.368$ ms, (b) $\tau = 0.905$ ms, (c) $\tau = 1.28$ ms, (d) $\tau = 2.81$ ms, (e) $\tau = 6.19$ ms, (f) $\tau = 11.5$ ms. The figures in the left columns are the time series, and those in the right columns are the power spectra. The top ones are for $\sigma = 0.60$ V, the middle ones are for $\sigma = 1.2$ V, and the bottom ones are for $\sigma = 4.0$ V. The vertical axes for time series show the system output voltage ranging from -15 V to $+15$ V, and those for power spectra are power spectral intensities in logarithmic scale 10 dB/div.

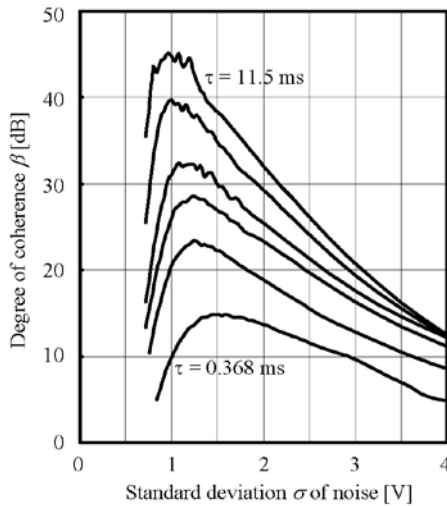


Fig. 5 Relationship between the degree of coherence β and the standard deviation σ of the input noise.

ついて考え、このときのパワースペクトルにおいて、基本波の周波数を f_{max} とする。すなわち、基本波のピークが最も鋭くなるような σ のときの f_0 を f_{max} とする。この f_{max} と $f_d = 1/\tau$ の関係を示したのが Fig. 6 である。この図から f_{max} と f_d はほぼ等しい値をとることがわかる。パワースペクトルにおいて、基本波の周波数は雑音による STI の 2 状態間の遷移を、 f_d は系の特性周波数を表すので、これらが一致するときに、最も効率良く系のコヒーレンスが生成されることが分かる。

3-2. 確率共鳴

次に、Fig. 1(a)の実験系に雑音と 1 kHz の正弦波を入力し、確率共鳴の実験を行った。Figure 7 に、帰還ループの遅延時間 τ を変化させたときの系の出力の時間発展と、そのパワースペクトルを示す。Figure 4 と同じく、(a), (b), (c), (d), (e), (f) は、それぞれ、 $\tau = 0.368, 0.905, 1.28, 2.81, 6.19, 11.5$ ms のときのものである。いずれについても左の列が時系列、右の列がそのパワースペクトルである。時系列の図の縦軸はすべて -15 V から $+15$ V まで、パワースペクトルの図の縦軸は対数目盛で 10 dB/div である。ここで、信号対雑音比 (S/N) としては、SR の研究において通常用いられるものを採用する。すなわち、Fig. 7(a) に示したように、パワースペクトルにおいて、入力信号周波数におけるピーク値とその周波数における雑音成分の比を S/N とする。

Figure 7(a) は、 $\tau = 0.368$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.60, 1.2, 4.0$ V についてのものである。Figure 4(a) と比較すると、雑音成分の周波数依存性がほぼ等

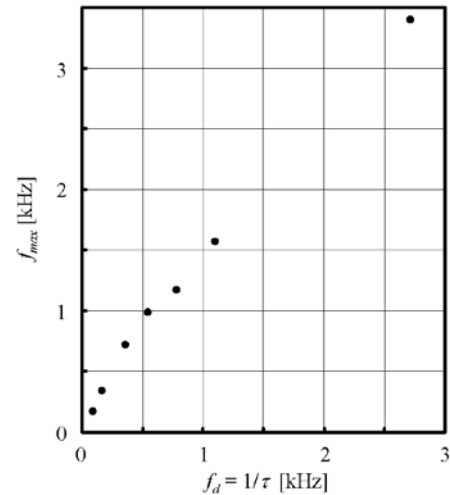


Fig. 6 Relationship between the optimum frequency f_{max} of the noise-induced motion and the characteristic frequency f_d of the system.

しくなっており、この場合もコヒーレンス共鳴が起こることがわかる。この雑音成分に入力信号成分とその高調波成分が重なったスペクトルとなっているが、これらの間の相互作用はとくに見られない。

Figure 7(b) は、 $\tau = 0.905$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.60, 0.86, 4.0$ V についてのものである。この場合も雑音成分は Fig. 4(b) と同様になっており、コヒーレンス共鳴が起こることがわかる。とくに $\sigma = 0.86$ V のとき、 f_0 が f_s とほぼ一致しており、S/N が大きくなっている。

Figure 7(c) は、 $\tau = 1.28$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.60, 0.98, 4.0$ V についてのものである。Figure 7(b) と同様の性質を示しているが、 f_0 と f_s が一致する σ が (b) の場合よりも大きな値となっている。

Figure 7(d) は、 $\tau = 2.81$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.48, 0.60, 0.82, 1.44, 1.80, 4.0$ V についてのものである。 $\sigma = 0.82$ V のときと $\sigma = 1.44$ V のときの S/N を比べると、 $\sigma = 1.44$ V のときの方が小さい値となっている。さらに σ を増大させて $\sigma = 1.80$ V とすると、 f_0 が f_s と一致し、再び S/N は大きくなる。 $\sigma = 0.82$ V では f_0 と f_s は一致していないが、 f_0 は f_s のちょうど 1/2 となっている。すなわち、雑音成分の第 2 高調波の周波数と信号周波数が一致している。

Figure 7(e) は、 $\tau = 6.19$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.60, 1.08, 2.22, 3.42$ V についてのものである。 $\sigma = 1.08$ V のときの時系列は規則正しい矩形波となっているが、このパワースペクトルをみると、雑音成分の 3 次高調波の周波数と信号周波数が一致し、S/N が大きくなっていることが分かる。この 3 次高調波成分の

面積は、より高次の高調波よりも小さくなっている。これは、位相同期のために、雑音による幅の広い極大から、外部入力信号により強制された、位相の定まっ

ている信号周波数の細かいピークへとパワーが移り、これによってSRが増強されS/Nが大きくなるのに寄与したためであると考えられる^[26]。σ = 3.42 Vのと

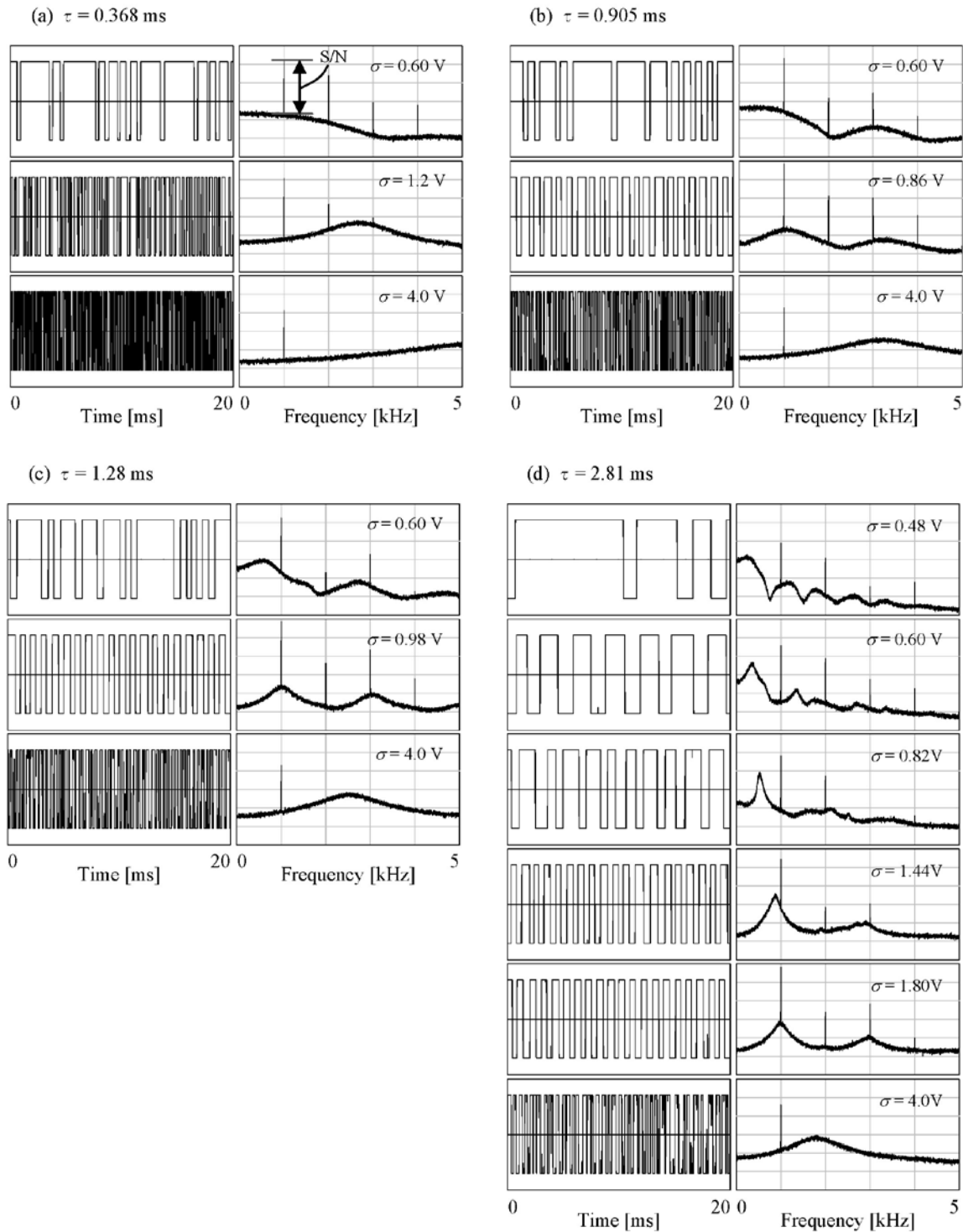


Fig. 7 Time series and their power spectra of the system output for (a) $\tau = 0.368$ ms, (b) $\tau = 0.905$ ms, (c) $\tau = 1.28$ ms, (d) $\tau = 2.81$ ms, (e) $\tau = 6.19$ ms, (f) $\tau = 11.5$ ms. The figures in the left columns are the time series, and those in the right columns are the power spectra. The vertical axes for time series show the system output voltage ranging from -15 V to +15 V, and those for power spectra are power spectral intensities in logarithmic scale 10 dB/div.

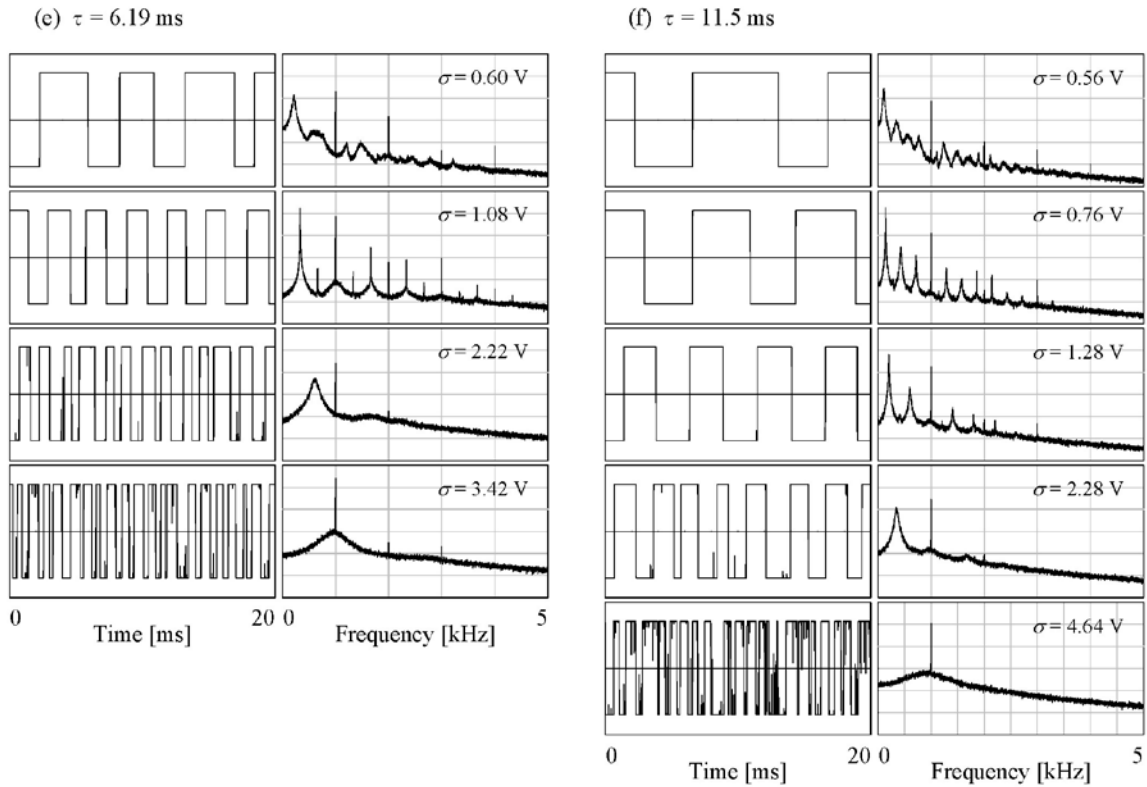


Fig. 7 (continued)

きに f_0 と f_s とが一致するが、雑音成分の幅は広がっており、顕著な協効効果は見られない。

Figure 7(f) は、 $\tau = 11.5$ ms のときの図で、上から $\sigma = 0.56, 0.76, 1.28, 2.28, 4.64$ V についてのものである。これまでに述べたように、 nf_0 ($n = 1, 2, 3, \dots$) と f_s とが一致するとき位相同期が起こり、S/Nが増大する。(f) の場合は、上から順に、9次、7次、5次、3次、基本波の周波数が信号周波数と一致している。位相同期によるパワー移行のため、当該高調波（と基本波）のパワーが減少しているのも図から見て取れる。また、Fig. 7(f) には、Fig. 4(f) には見られない周波数成分が現れている。これは、雑音成分と信号成分の非線形相互作用によって生じた和周波および差周波成分である^[26]。

以上のように、 τ の値によって S/N- σ 特性は様々に変化することが分かる。これをまとめたのが Fig. 8 である。図の奥から順に $\tau = 0.368, 0.905, 1.28, 1.84, 2.81, 3.61, 6.19, 11.5$ ms のときの S/N と σ の関係を示した。 $\tau = 0.368$ ms に対する曲線は通常の帰還のない場合の SR に比較的近い、幅の広い1つの極大を持つ形であるが、 τ の値が大きくなるに従い極大の数が増えて、より複雑な構造となることが分かる。Figure 7(b) の $\sigma = 0.86$ V, (c) の $\sigma = 0.98$ V, (d) の $\sigma = 1.80$ V, (e) の $\sigma = 3.42$ V, (f) の $\sigma = 4.64$ V のように f_0 と f_s が

等しいとき、Fig. 8 に極大が現れている。この極大は、 τ の増加に伴って σ の大きい方へ移動していることが分かる。これは、 τ が大きくなると、 σ の増加による f_0 の変化が小さくなるので^[25]、 $f_0 = f_s$ とするには、より大きな σ が必要となるためである。また同時に、 τ の増加に伴って幅が広がっているが、この幅は $f_0 = f_s$ となるときの雑音成分のピークの幅を反映している^[25]。同様に、高調波の周波数と f_s が等しくなることによるピークも Fig. 8 に現れ、基本波の場合と同様の変化をしていることが分かる。このように、

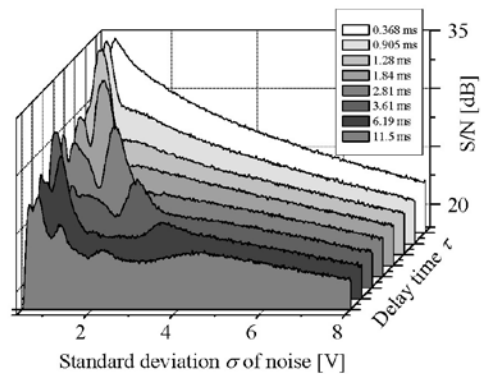


Fig. 8 Relationship between S/N and the standard deviation σ of the input noise for $\tau = 0.368, 0.905, 1.28, 1.84, 2.81, 3.61, 6.19, 11.5$ ms, from back to front.

S/N- σ 曲線の複雑な構造は、雑音に誘起されたコヒーレンスと外部入力との相互作用によって説明できる。

3. まとめ

帰還のあるシュミットトリガー・インバータ (STI) について、コヒーレンス共鳴および確率共鳴の研究を行った。本稿では特に、この系の出力の時間発展とそのパワースペクトルの振る舞いについて詳細に述べた。

この系において、まずコヒーレンス共鳴が起こることを示した。帰還ループの遅延時間 τ を変化させて、時系列とパワースペクトルを測定し、その性質について議論した。コヒーレンス度 β の遅延時間 τ や雑音振幅 σ への依存性について検討した。雑音による STI の 2 状態間の遷移レートと、帰還の特性周波数がほぼ一致するとき、その β が最大となることを示した。

次に、この系で確率共鳴の実験を行った。この場合についても、 τ や σ を変化させて時系列とパワースペクトルの性質について議論した。帰還がある場合の S/N- σ 曲線は複雑な挙動を示すが、雑音に誘起されたコヒーレンスと外部入力との相互作用によって説明できることを示した。

本研究で用いた STI はシンプルな電子回路素子であり、本研究の結果は STI に限らず、帰還を施した双安定系に対して一般に成り立つと考えられる。

現在、基礎的にも応用的にもより興味深い系である光双安定系^[27,28]に帰還を施して、コヒーレンス共鳴および確率共鳴の実験的研究を行う準備を進めている。この光双安定系では、正弦波入力に対して通常の SR が起こる^[27]ことが知られているのみでなく、ビット列入力に対しても同様に SR が起こり、さらには情報利得を持つ^[28]ことが知られている。この系に遅延帰還を施した場合の、正弦波やビット列等の入力に対する応答は興味深いテーマである。

また、STI は小さくて安価、そして極めて安定な素子であるため、多数の素子を接続して容易に安定な実験を行うことができる。このため、素子の集団化によるコヒーレンス共鳴や確率共鳴への影響に関して、基本的な性質の解明への貢献が期待できる。

謝辞

本研究の遂行にあたって、研究推進部による経費 (No. 075007) および大学院高度化推進特別経費の援助を受けた。

参考文献

- [1] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).
- [2] Hu Gang, T. Ditzinger, C. Z. Ning, and H. Haken, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 807 (1993).
- [3] A. S. Pikovsky and J. Kurths, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 775 (1997).
- [4] A. Neiman, P. I. Saporin, and L. Stone, *Phys. Rev. E* **56**, 270 (1997).
- [5] S. G. Lee, A. Neiman, and S. Kim, *Phys. Rev. E* **57**, 3292 (1998).
- [6] T. Okano, A. Kitagawa, and K. Miyakawa, *Phys. Rev. E* **76**, 046201 (2007).
- [7] M. Arizaleta Arteaga, M. Valencia, M. Sciamanna, H. Thienpont, M. López-Amo, and K. Panajotov, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 023903 (2007).
- [8] J. Houlihan, D. Goulding, Th. Busch, C. Masoller, and G. Huyet, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050601 (2004).
- [9] J. M. Buldú, J. García-Ojalvo, and M. C. Torrent, *Phys. Rev. E* **69**, 046207 (2004).
- [10] G. J. Escalera Santos, J. Escalona, and P. Parmananda, *Phys. Rev. E* **73**, 042102 (2006).
- [11] L. S. Tsimring and A. Pikovsky, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 250602 (2001).
- [12] D. Wu and S. Zhu, *Phys. Lett. A* **363**, 202 (2007).
- [13] R. Zhu and Q. S. Li, *Phys. Lett. A* **292**, 58 (2001).
- [14] G. C. Sethia, J. Kurths, and A. Sen, *Phys. Lett. A* **364**, 227 (2007).
- [15] N. B. Janson, A. G. Balanov, and E. Schöll, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 010601 (2004).
- [16] R. Morse and A. Longtin, *Phys. Lett. A* **359**, 640 (2007).
- [17] K. Miyakawa and H. Ishikawa, *Phys. Rev. E* **65**, 056206 (2002).
- [18] K. Miyakawa, T. Tanaka, and H. Ishikawa, *Phys. Rev. E* **67**, 066206 (2003).
- [19] G. J. Escalera Santos, M. Rivera, and P. Parmananda, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 230601 (2004).
- [20] M. Ohtaki, T. Tanaka, and K. Miyakawa, *Phys. Rev. E* **70**, 056219 (2004).
- [21] P. Horowitz and W. Hill, *The art of electronics*, 2nd ed., p.229 (Cambridge University Press, New York, 1989).
- [22] S. Fauve and F. Heslot, *Phys. Lett. A* **97**, 5 (1983).
- [23] A. Neiman, B. Shulgin, V. Anishchenko, W.

- Ebeling, L. Schimansky-Geier, and J. Freund, Phys. Rev. Lett. **76**, 4299 (1996).
- [24] V. I. Melnikov, Phys. Rev. E **48**, 2481 (1993).
- [25] M. Misono, T. Todo and K. Miyakawa, J. Phys. Soc. Jpn. **78**, 014802 (2009).
- [26] M. Misono and K. Miyakawa, submitted.
- [27] M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, Opt. Commun. **152**, 255 (1998).
- [28] M. Misono, T. Kohmoto, M. Kunitomo, and Y. Fukuda, Phys. Rev. E **67**, 061102 (2003).

