

初等力学基礎教育法に関する一考察*

鈴木 俊 男**

The Consideration of Basic Educational Method for Elemental Mechanics

Toshio SUZUKI**

Recently, university students are getting a drop in scholastic ability because of more relaxed education. Then teachers have given to first year students lectures on mechanics in high school level. We haven't achieved the educational effect that we want. So, I suggest the methods in which students can understand the basic mechanics. Some report says that there are four stages for knowing. I relate basic understanding for mechanics to the stages for knowing. I explain the basic concept and Newton's law and how to find the forces which are needed to solve the problem of mechanics. Then, I propose to use the mindmap so that students would understand mechanics easily.

Key Words : Engineering Education, Student, Introductory Education, Mechanics

1. まえがき

現在、ゆとり教育の影響もあり大学生の基礎力の低下が問題になってきている。そこで、大学でも学生の基礎学力を上げるために、高校までの内容を再教育することが行われてきているが、なかなか効果を上げるのが難しいように思われる。そこで学生に対して何をどのように教えるべきかについて、機械工学の基礎科目である力学を例に一試案を提案したいと考える。

最初に知識の4段階について説明を行う。⁽¹⁾次に力学の基礎学力とは何か提案し、学生が力学において理解しておくべき項目について説明する。最後に具体的にその基礎力をつけるためのマインドマップの利用について提案する。

2. 知識の4段階について⁽¹⁾

文献(1)によると人の知識について4段階に分けている。

【第1段階】見た瞬間に、意味がゼロ秒でわかる
たとえば、英語で言うと cat, pen, desk 等の単語は見た瞬間に理解できる。大学生であれば円といえばすぐにイメージすることができ、掛け算の九九等も瞬間に答える

ことができる。

【第2段階】思い出すのに数秒かかるが、意味が分かる

第1段階と比較すると理解するのに時間がかかる分、理解が足りない。顕在意識から潜在意識へと意識してアクセスして、引き出している状態である。つまり、この知識は完全には自分のものになっていないと考えられる。

【第3段階】見たことはあるのだが、思い出せない

この段階の知識では、これを利用するというよりこの知識の習得のための時間が必要になる。この知識を元に問題を解決するには、やはり難しいと考えられる。

【第4段階】見たことも聞いたこともない

この段階は、まったく白紙の状態から新しい概念を習得することに対応する。一番時間がかかることになる。大学の講義では、第4段階の知識の授与が中心に行われている。第4段階の知識を理解するには高校までに学んだ基礎的な学力が必要である。そこで、力学についての基礎学力について述べ、その後に知識の4段階との関係性を考察する。

3. 力学における基礎力

3.1 基本用語の理解

力学は運動学と運動方程式で代表される力と運動の関係に分けられる。運動学における基礎学力とは、運動における定義を2章で述べた第1段階の知識にすることだ

* 平成24年11月22日受付

** 機械工学科

表1 力学における基本用語

用語	単位	定義	式
ラジアン		ラジアンは角度の単位. 扇形の円弧の長さL半径 r の時その中心角 θ は	$\theta = L/r$
角速度	rad/s	単位時間当たりの角度の変化. Δt (s)の間に $\Delta \theta$ (rad)変化した時の角速度 ω は	$\omega = \Delta \theta / \Delta t$
速度	m/s	単位時間当たりの位置の変化. Δt 時間に Δs (m)移動した時の速度 v は	$v = \Delta s / \Delta t$
加速度	m/s ²	単位時間当たりの速度の変化. Δt 時間に Δv (m/s)の速度変化した時の加速度 a は	$a = \Delta v / \Delta t$
ニュートンの3法則		1. 慣性の法則 2. 運動方程式 3. 作用反作用の法則	
慣性の法則		物体に力が作用しなければ、物体はいつまでも静止の状態を保つかまたは等速直線運動を続ける.	
運動方程式		物体に外力Fが働くときは、その方向に力の大きさに比例し、質量mに反比例した加速度aを生じる.	$ma = F$
作用反作用の法則		2つの物体間に働く力は同一直線上にあって、大きさが等しく向きが反対である.	
力の釣合い		一点に働く2つ以上の力の合力がゼロとなる時、これらの力は釣合いの状態にあるという.	
モーメント	Nm	物体をある軸回りに回転させようとする働きM. 力F (N) 腕の長さ ℓ (m)の時	$M = F \ell$
トルク	Nm	機械の用語として車や軸を回転させるモーメント	
仕事(並進)	J	物体に大きさF(N)の力が働いて、その方向に Δs (m)だけ移動した時の仕事 ΔW は	$\Delta W = F \Delta s$
仕事(回転)	J	力F(N)が半径 r (m)と直角な方向働いて、物体がOO'軸回りに角度 $\Delta \theta$ 回転するときの仕事 ΔW は	$\Delta W = M \Delta \theta$
動力(並進)	W	単位時間当たりの仕事P	$P = Fv$
動力(回転)	W	単位時間当たりの仕事P	$P = M\omega$
運動量	kgm/s	運動体の質量mと速度vの積	mv
力積		力Fとそれが働いた時間 Δt の積	$F \Delta t$
運動量の式		運動量の変化=力積 質量m初速度 v_0 外力Fを Δt だけ続けて加えると物体の速度vに変わる.	$mv - mv_0 = F \Delta t$
はねかえり係数		同一直線状を移動している2物体が衝突して、速度が変化するとき、衝突後の相対速度 ($v_2' - v_1'$) と衝突前の相対速度 ($v_2 - v_1$) の比は物体によりある一定の値になる.	$e = -(v_2' - v_1') / (v_2 - v_1)$
エネルギー	J	仕事をする能力	
運動エネルギー	J	質量mの物体が速度vで運動するとき	$E = (1/2) m v^2$
重力位置エネルギー	J	質量m、重力加速度g、持ち上げる高さh	$E = mgh$
弾性位置エネルギー	J	変形量x、ばねの弾性定数k	$E = (1/2)k x^2$

と考える.

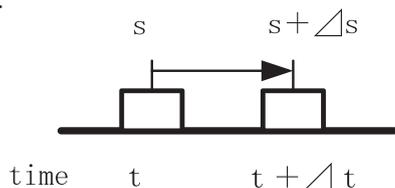


図1 速度の定義のイメージ

たとえば速度の定義について考えてみよう. 速度とは、言葉で定義すると単位時間当たりの位置の変化である. これは図1に示すようにある時にsの位置にある物体が Δt 秒後に $s + \Delta s$ の位置に移動したとすると、速度vは次のように得られる.

$$v = \Delta s / \Delta t \quad (1)$$

この様に、

- ①言葉による理解
- ②図による理解（自分で定義の図が書ける）
- ③式による理解

以上の3つの方法で定義を理解し、見た瞬間に意味が分かるようにしておく必要がある。これらを理解したうえで、簡単な問題を解かせ、同じ問題を繰り返し復習させ、見た瞬間にその解答が浮かぶようにさせるとよい。

また、位置が時間 t の関数 $s(t)$ で与えられた時、(1)式において $\Delta t \rightarrow 0$ の極限值として、速度 $v(t)$ は

$$v(t) = ds(t)/dt \quad (2)$$

の微分で得られることも理解させる必要がある。このように基本用語について、すべてが見た瞬間に意味が分かる知識の第1段階レベルに繰返し、練習されなければならない。力と運動の関係についても同様である。力学について最低限必要な項目を表1と付録1に示している。これらの項目について瞬時に意味が分かる第1段階のレベルにしておかなければならないと考える。ここで重要なことは、第2段階ではないという事である。つまり、力学に関する基礎的な用語に対し瞬時に理解し、使いこなせる必要がある。そのために必要な図をすぐに自分で書くことが出来、言葉、式による定義をしっかりと自分のものにする必要がある。このような学習ができれば、今後の専門教育においても基本用語の必要性が理解できるのではないかと考える。

3.2 ニュートンの3法則について

基本用語の中で、ニュートンの運動の3法則について深く学生に理解させることが重要である。

第1法則：

物体は、その状態を変えようとする力が働かない限り、静止または直線運動を続ける。（慣性の法則）

第2法則：

物体に外力が働くときに、その方向に力の大きさに比例した加速度を生じる。質量 m の物体に働く力を F 、これによって生じる加速度を a とすると

$$ma = F \quad (3)$$

(運動方程式)

第3法則：

2つの物体間に働く力は同一作用線上にあつて、大きさが等しく向きが反対である。（作用反作用の法則）

第1法則について考えるに当たり、加速度運動をして

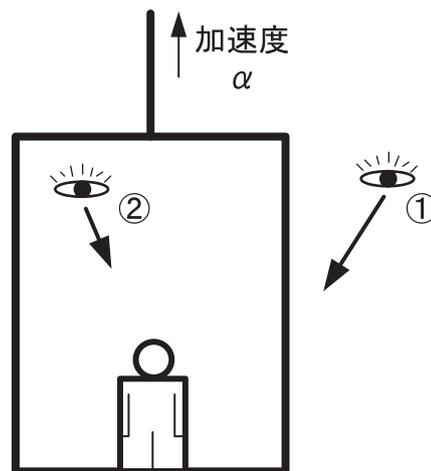


図2 エレベーターの運動の観測

いるエレベーターに乗っている人を図2に示すように①エレベーターの外から②エレベーターの中からの2つの視点から観察する場合を考える。

①の場合人は加速度運動を行っている。

②の場合人は静止している。

同じ人を観察しているにもかかわらず、運動の状態が異なっていることになる。この2つの現象について力学は答えなければならない。同じ物体についての運動が観測する立場が異なると、違う現象になるということはどういうことなのか、学生にしっかりと理解させる必要がある。物体が加速度運動をしているということは、その方向に力が働いているということを第2法則は示している。一方、物体が静止しているということは、物体に働いている力の合力が0であることを示している。これらの現象をイメージとして、学生の頭の中に作らせ、その上でニュートンの法則との関係を理解させる必要がある。

実際の力に注目すると第1法則は慣性系の存在を示していると考え、その慣性系では、運動方程式の第2法則が成立するといえる。

それに対して、エレベーターの中は慣性系ではない。そのままでは第2法則は成り立たない系になっている。加速度運動をしている系の中では、運動と反対方向に慣性力を考慮に入れなければならない。

学生にとって、慣性力は理解しにくい概念なので、最初は、慣性系で絶対加速度を用いて、第2法則を理解させたあとで、慣性力を含む系の学習を行うとよい。

運動方程式を立てる際必要な力の見つけ方は、重要な問題なので3.3節で詳しく述べることにする。

力学の教科書を見ると、「第1法則について、第2法則の $F=0$ とすれば、 $a=0$ で v =一定となり、第1法則は第2法則の特別な場合にすぎない」という記述も見られるが、第1法則は第2法則が成立する慣性系の存在について述べていると理解すべきである。

次に第3法則については、力の釣合いとの関係をはっきりさせることが大切である。「同一作用線上にあって、大きさが等しく向きが反対である力」は釣合っていると云えるのではないか？第3法則とはどう違うのか。

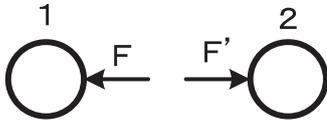


図3 作用・反作用

図3に示すように、作用反作用は2つの物体間に働く力で、2つの力はそれぞれ別の物体に働いている。

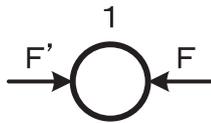


図4 力の釣合い

一方力の釣合いは、図4に示すように1つの物体に働く2力について言っているのである。力学の問題を解くときに、力を求める際に作用反作用は大事な原理となるのでしっかり学生に理解させる必要がある。

3.3 物体に働く力について

次に、運動方程式や静止している物体の釣合いの式を求めるに当たり、物体に働く力を見つけなければならない。

次の問題を例に力の求め方について考えてみよう。

[例題] 図5に示すような質量 m_1 と m_2 の物体をFの力で押す時の加速度 α と m_1 と m_2 の間に働く力を求めなさい。

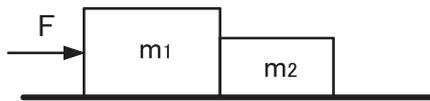


図5 物体に働く力についての例題

この問題を学生に解答させたところ、もちろん完全に正解を導いた学生も多くいたが、正解できなかった学生も少なからずあったので、学生の書いた図を説明し、物体に働く力を求める場合どのような図を書かせるべきか論じようと思う。図5の問題を解くのに学生が書いた図を図6(a)~(e)に示す。(ただし、水平方向の力だけに注目)

図6(a)は F_1 と F_2 の向きが反対で、全体で α の加速度で右に動くのに m_2 に働く力が左向きになり、正負を考えて式を立てると答えは出るが、良い図とは言えない。

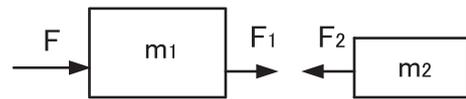
図6(b)は m_1 に働く力 f は良いが、 m_1 と m_2 を分断

して考えるときには m_2 にはFの力は働かない。

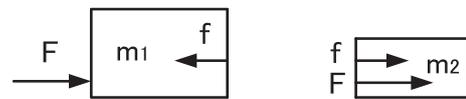
図6(c)は m_2 に外力と等しい大きさのFの力が働くとしたのが誤りである。

図6(d)は m_2 に働く力の向きが逆で、この力の反作用が m_1 に書かれていない。

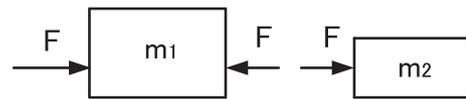
図6(e)はおそらく学生は理解していると思われるが、図を見ただけでは、 f_1 と f_2 がそれぞれ m_1 か m_2 のどちらに働くかわからない。



(a)



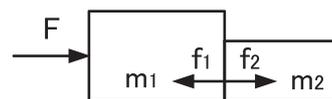
(b)



(c)



(d)



(e)

図6 学生が例題(図5)を解くために書いた図の例

このように、図5のような基礎的な問題でも、分かりやすい図を書くことは難しい。

学生が力学の問題を解くときに、どのようにして力を見つけさせ、どのような図を書かせると良いかを検討した結果、ぜひフリーボディダイアグラム (free-body diagram: 自由物体線図) を書かせることを勧めたい。²⁾

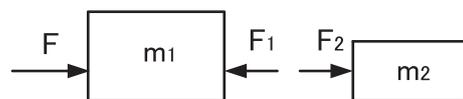


図7 フリーボディダイアグラム

フリーボディダイアグラムを学生に書かせるときに、理解させておくべき大事な事実がある。

- (a) 全体が一定の加速度 α で運動している時は、どの部分を取り出しても同じ加速度で運動している。（静止している場合も含む：つまり全体の力が釣合っている時は部分を取り出しても釣合っている）
- (b) 重力や電磁氣的な力を除いて、直接接している物体からだけ、力を受ける。（慣性力は除く）

図5の問題を例にフリーボディダイアグラムの書き方を説明する。図7（水平方向の力のみ表示）に示すように、力を求めたい物体をお互いに離して書き、その部分に働く力を矢印で書く。

次に具体的な力の求め方を説明する。(a)で述べたように全体が加速度 α で右に運動しているので、 m_2 の部分も右に動いている。したがって m_2 には右方向の力 F_2 が働くので、 m_2 の左側から右方向に矢印を付ける。 m_2 に直接接している m_1 から受ける力である。この反作用として、 m_1 には F_2 とは逆方向に F_1 の力が働く。なお、(b)で説明したように外力 F は m_2 には直接影響を与えない。この時、矢印の先がこの図に示すように表面に当たるように書く。また F_1 と F_2 は同一直線上に間をあけて書く。この図を書くことにより、どの物体に働く力かはっきり分かる。

以上もう一度まとめると m_1 には外力 F と力 F_1 （ m_2 から受ける）が働く。 m_2 には力 F_2 （ m_1 から受ける）が働く。そして F_1 と F_2 が作用反作用の関係で大きさも等しいことがわかる。

図7より物体 m_1 の運動方程式は

$$m_1 \alpha = F - F_1 \quad (4)$$

同様に m_2 の運動方程式は

$$m_2 \alpha = F_2 \quad (5)$$

さらに作用反作用の法則より

$$F_1 = F_2 \quad (6)$$

(4), (5), (6)式より

$$\alpha = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

$$F_1 = F_2 = \frac{F m_2}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

となることがわかる。

この様に、フリーボディダイアグラムを書くことが出来ると、物体に働く力が分かり、力の釣合いの式や運動方程式を容易に導くことができる。

さらに、摩擦力について学生が誤りやすい内容があるので説明をする。図8に示す床の上に置かれた質量 m の物体を P の力で引っ張るとき、摩擦力 F を求める場合、物体に働く抗力 N に静止摩擦係数 μ をかけて μmg とす

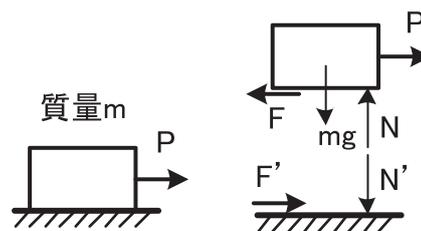


図8 摩擦力について

ることが、学生に時折みられる。この値は、引っ張る力 P を大きくしていき、滑り出す直前の限界の最大値なので、よく理解させておくべき項目の1つである。また、動き出した後の摩擦力は、動摩擦係数を μ' とすると(12)式で表される。

$$N = m g \quad (9)$$

$$F = P \quad (P \leq \mu N) \quad (10)$$

$$F = \mu N \quad (P \text{ 限界値}) \quad (11)$$

$$F = \mu' N \quad (\text{動いている時}) \quad (12)$$

このように、摩擦力は物体を引っ張る力 P により変化するという理解させておく必要がある。

3.4 マインドマップによる初等力学の理解

初等力学の関係を一目で分かるようにするために、付録2に示すようなマインドマップを作り学生の初等力学の理解を深めさせる。⁽³⁾

本文中の表1の「力学における基本用語」や付録1の「基本用語理解のための図」をもとに先に述べた

①言葉による理解

②図による理解

③式による理解

をこのマインドマップを見て瞬時に復習できるようにすることにより、基礎学力がより完全なものになると考えられる。

時間的に余裕があるならば、学生にマインドマップを作成させることにより力学をより深く理解させることができる。さらに、それぞれの定義や概念がどのように使われるかを具体的な練習問題を解かせることにより確実に自分のものにさせる。

今までは問題を解くことに多くの時間を費やすことが多かったが、この様に力学の中で、何が大切かをしっかり確認させたうえで、学生に演習問題を解答させるのが良いと考える。

4. あとがき

初等力学の基礎力について考察を行った。

最初に知識の4段階について説明し、次に力学の基礎学力とは何かを説明した。用語については図、言葉、式の3つの方法で理解し、見た瞬間に意味が分かるように

することを提案した。さらに、力学における、ニュートンの運動の3法則の理解の重要性を述べた。物体に働く力を求めるためのフリーボディダイアグラムの重要性を説明した。これらの、概念を1目で分かるようにする為の道具として、力学についてのマインドマップの利用を提案した。

5. 謝辞

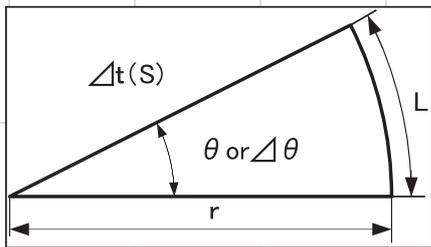
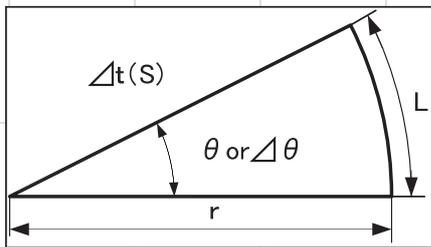
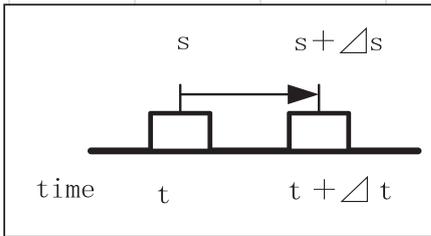
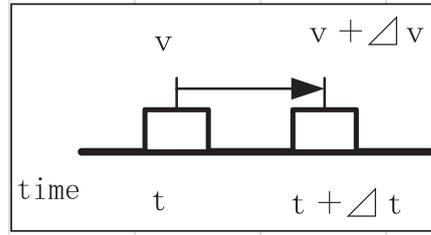
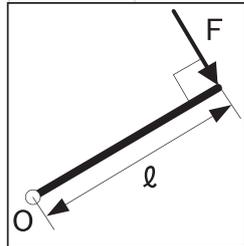
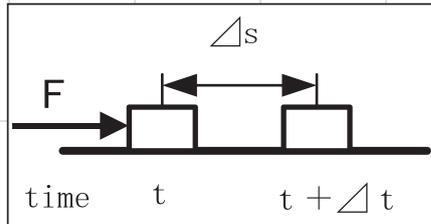
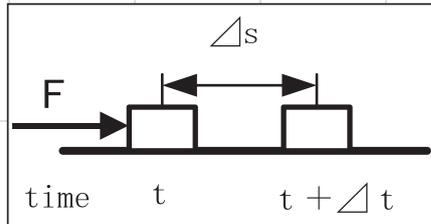
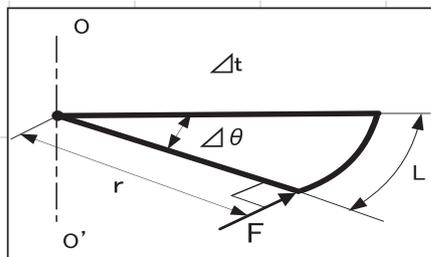
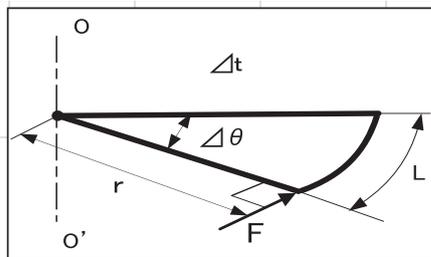
この論文をまとめるに当たり、貴重なご意見をいただきました。福岡大学工学部機械工学科の尾崎弘明教授に深く感謝申し上げます。また、同じく機械工学科の森山

茂章准教授には、多くの支援をいただき感謝いたします。

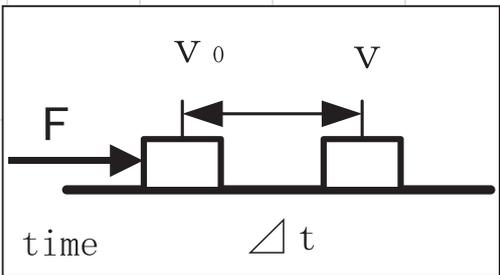
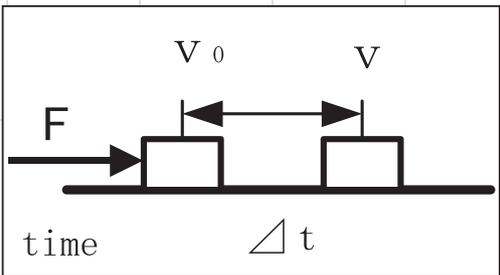
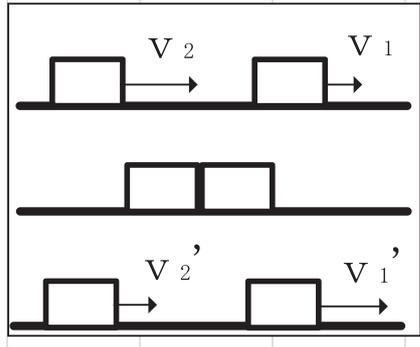
6. 参考文献

- (1) 石井貴志, 本当に頭がよくなる1分間勉強法, (株)中経出版, pp.104-111, 2010
- (2) A. Pytel and J. Kiusalaas: Engineering Mechanics STATICS 2nd edition, Brooks/Cole Publishing Co., p130, 1999
- (3) トニー・ブザン, バリー・ブザン, 神田昌典 (訳) ザ・マインドマップ, ダイヤモンド社, 2007

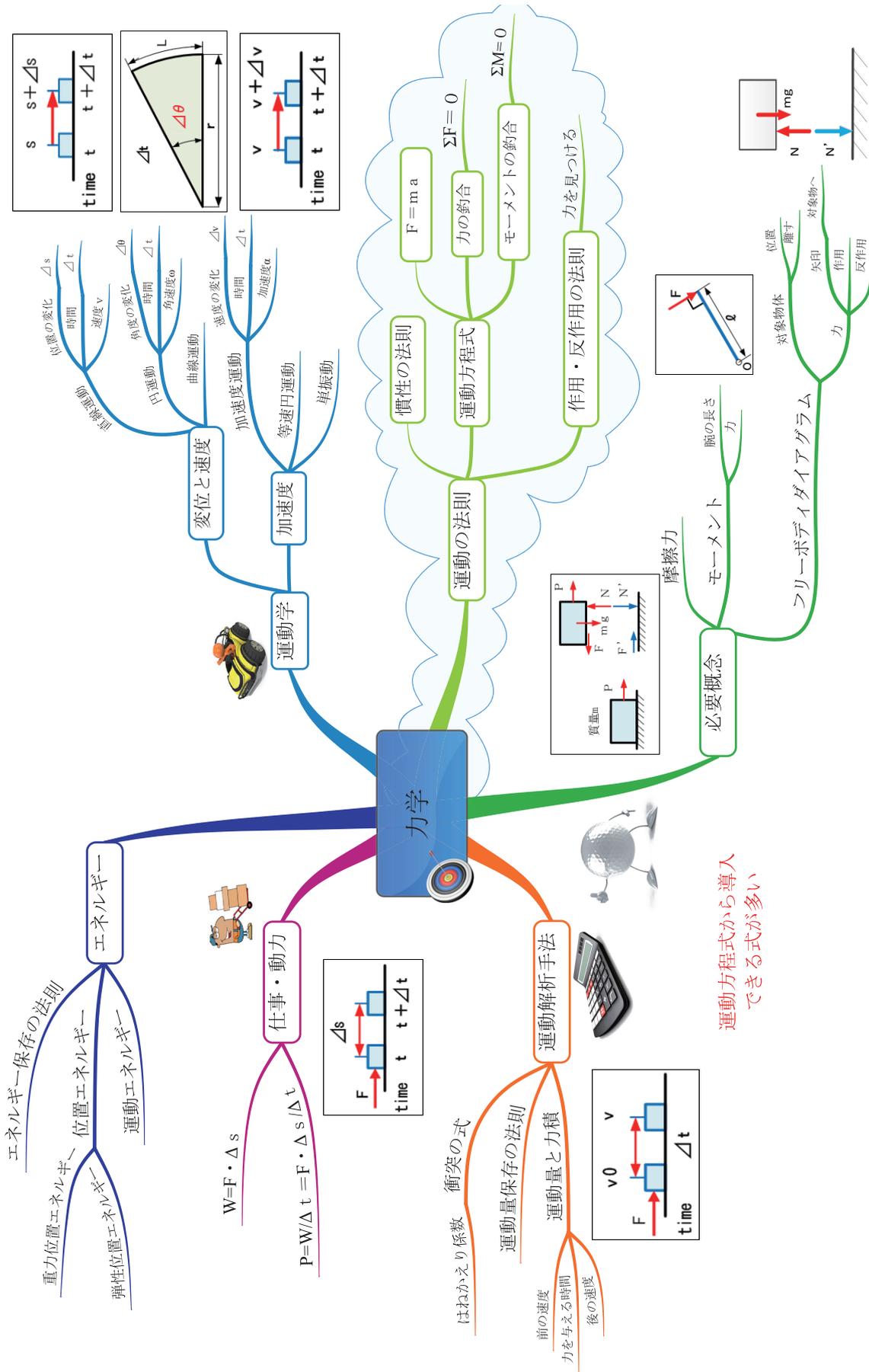
付録1 基本用語理解のための図（その1）

用語	式	図
ラジアン	$\theta = L/r$	
角速度	$\omega = \Delta\theta / \Delta t$	
速度	$v = \Delta s / \Delta t$	
加速度	$a = \Delta v / \Delta t$	
モーメント	$M = F \ell$	
仕事（並進）	$\Delta W = F \Delta s$	
動力（並進）	$P = \Delta W / \Delta t$ $= F \Delta s / \Delta t = Fv$	
仕事（回転）	$\Delta W = FL$ $= Fr \Delta\theta$ $= M \Delta\theta$	
動力（回転）	$P = \Delta W / \Delta t$ $= FL / \Delta t$ $= Fr \Delta\theta / \Delta t$ $= M\omega$	

付録1 基本用語理解のための図(その2)

力積	$F\Delta t$	
運動量の式	$mv - mv_0 = F\Delta t$	
はねかえり係数	$e = -(v_2' - v_1') / (v_2 - v_1)$	

付録2 力学理解のためのマインドマップ



運動方程式から導入できる式が多い