

テザー衛星システムの非線形制御*

(第2報, 疑似線形化法による制御器設計)

岩村 誠 人**

Nonlinear Control of Tethered Satellite Systems

(2nd Report, Controller Design Using Pseudo Linearization Method)

Makoto IWAMURA**

This paper discusses the control problems of deployment and retrieval of a tethered satellite system. A pseudo linearization is applied to the control problem and a nonlinear controller for the system is designed. Results of numerical simulation show that the control performance of the proposed nonlinear controller is better than that of linear controller and ρ -th order approximate linearization controller proposed in the previous report.

Key Words : Tethered Satellite Systems, Nonlinear Control, Pseudo Linearization, Coordinate Transformation

1. はじめに

テザー衛星システムとは、人工衛星やスペースシャトル等の宇宙飛行体や宇宙ステーション等の宇宙構造物をテザーとよばれる紐で連結したシステムの総称であり、近年の宇宙開発において活躍が期待されている宇宙システムの一つである。本論文では、Fig. 1 に示すようなスペースシャトルと小型の副衛星を1本のテザーで連結した最も単純なテザー衛星システムを対象とし、テザーを伸展/回収する場合の副衛星の制御問題について検討する。

この問題に関して、Bainum ら⁽¹⁾は系を平衡点近傍で線形近似し、最適レギュレータを設計して軌道平面内運動の制御を行っている。しかし、テザー衛星システムは非線形性が強いいためこの方法によって安定化できる領域は狭い。一方、Fujii ら⁽²⁾は Lyapunov の直接法に基づく Mission Function Control と呼ばれる制御手法を提案している。この手法は、安定性を理論的に保証できる点が優れているが、最適レギュレータのように制御性能を指定した制御系設計をすることは一般に難しい。

そこで、著者らは非線形制御理論(微分幾何学的アプローチ)⁽³⁾を用いて、安定化できる領域を拡大することを検討している。前報⁽⁴⁾では、平衡点近傍での近似精度を向上させる ρ 次近似線形化法⁽⁵⁾の適用を試み、対象とするテザー衛星システムがテイラー展開の2次項まで線形化可能であることを示した。そして、得られた線形モデ

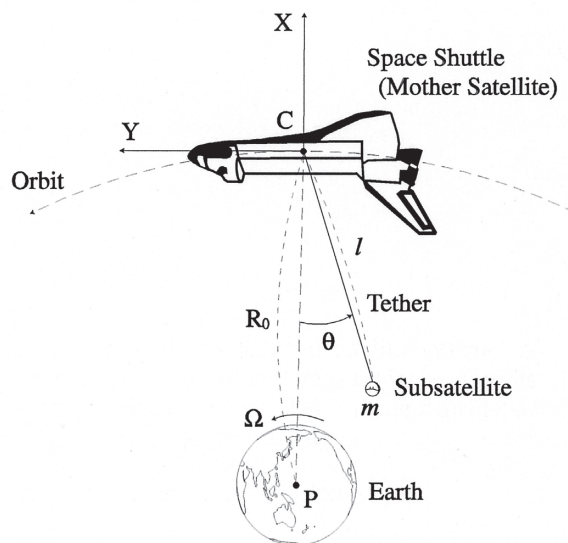


Fig. 1 Model of tethered satellite system

ルに基づいて非線形制御則を導出し、従来の局所1次近似線形化を用いる場合よりも良好な制御性能が得られることを確認した。

本論文では、異なるアイデアの線形化手法である疑似線形化法⁽⁶⁾の適用を試みる。疑似線形化法は、1つの平衡点回りで線形化を行うのではなく、平衡点集合上で系を大域的に線形化する手法である。本報では、疑似線形化法がテザー衛星システムの制御に非常に適しており、従来の1次近似線形化や ρ 次近似線形化を用いる場合よりも大幅に安定化可能領域を拡大できることを示す。

* 平成24年11月22日受付

** 機械工学科

2. テザー衛星システム

本論文で対象とするテザー衛星システムのモデルを Fig. 1 に示す. ここで, P および C はそれぞれ地球とシャトルの質量中心, l はテザー長さ, θ はテザー振れ角, m は副衛星の質量である. 問題の取り扱いを容易にするために, 1) 副衛星の質量はシャトルの質量に比べて十分小さく C は常に軌道上に存在する, 2) テザーは質量のない剛体とする, 3) 系には地球の重力以外の外力は働かず, C は常に高度 R_0 , 角速度 Ω で周回する, 4) テザーには張力 T 以外の力は作用せず, エネルギーの散逸もない, という仮定を導入すると系の軌道平面内の運動方程式は次式ようになる.

$$\ddot{l} - l\dot{\theta}^2 - 2l\dot{\theta} - 3l\cos^2\theta = -\hat{T} \quad (1)$$

$$l\ddot{\theta} + 2\dot{l}(\dot{\theta} + 1) + 3l\sin\theta\cos\theta = 0 \quad (2)$$

ただし, $(*) = d(*)/d\tau$, $\tau = \Omega t$, $\hat{T} = T/m\Omega^2$ である. 上式より, この系には以下の2種類の平衡点(集合)が存在することがわかる.

$$(a) l = l_e(\text{任意}), \theta = \pm \frac{\pi}{2}, \hat{T} = 0$$

$$(b) l = l_e(\text{任意}), \theta = 0, \hat{T} = 3l_e$$

(a) はシャトルと同じ軌道上に副衛星が位置する場合, (b) は P と C を結ぶ直線上に副衛星が位置する場合である. 本論文では, (b) で表される平衡点集合上の2点間を移動させる問題, すなわち, 副衛星をある平衡点 $(l, \dot{l}, \theta, \dot{\theta}) = (l_0, 0, 0, 0)$ から目標とする平衡点 $(l_d, 0, 0, 0)$ に安定化する制御問題について検討する.

以下では, 簡単のために (2) 式の微分方程式拘束条件を運動を支配する方程式とみなし, (1) 式は運動が決定された場合にその運動を力学的に矛盾なく生じさせるテザー張力を計算するための補足的な式と考える. (2) 式を変形すると次の関係が得られる.

$$\ddot{\theta} = -\frac{3}{2}\sin 2\theta - 2(\dot{\theta} + 1)\frac{\dot{l}}{l}$$

ここで, 状態変数を $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (l - l_d, \theta, \dot{\theta})^T$, 制御入力を $u = \dot{l}$ と選ぶと, 以下の状態方程式を得る.

$$\dot{x}_1 \equiv f_1(x, u) = u \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 \equiv f_2(x, u) = x_3 \quad (4)$$

$$\dot{x}_3 \equiv f_3(x, u) = -\frac{3}{2}\sin 2x_2 - \frac{2(x_3 + 1)}{x_1 + l_d}u \quad (5)$$

上式より, $x_1 = -l_d$ は特異点である. このとき, 初期状態 $x = (l_0 - l_d, 0, 0)^T$ から原点 $x = (0, 0, 0)^T$ に安定化することが制御目的となる.

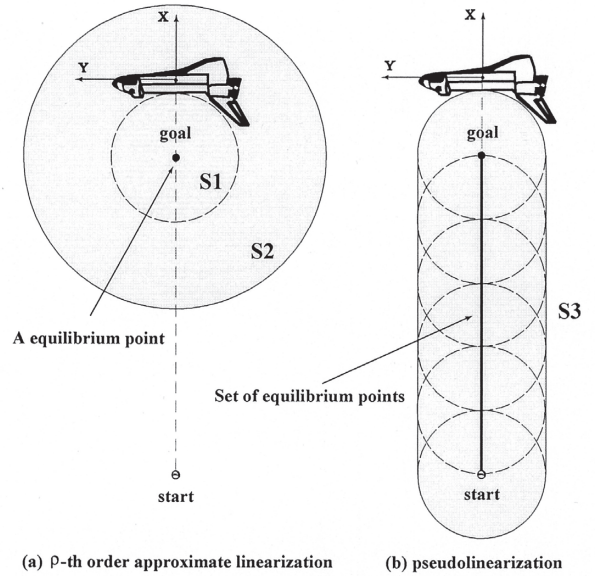


Fig. 2 Effective area of two approximate linearizations

3. 非線形制御

従来の1次近似線形化法, p 次近似線形化法および疑似線形化法によって得られる近似線形モデルの有効範囲を Fig. 2 に模式的に示す. ここでは, 図中の **start** から **goal** に副衛星を移動させるテザー回収時を想定している.

S1 は, 従来の平衡点近傍での1次近似線形化によって得られるモデルの有効範囲を表している. テザー衛星システムは非線形性が強いいためこの領域は狭い.

一方, p 次近似線形化法は, 座標変換とフィードバックを用いてテイラー展開の p 次項まで線形化することにより, 1つの平衡点回りでの近似精度を向上させる方法である. 前報⁽⁴⁾では, テザー衛星システムがテイラー展開の2次項まで線形化可能であることを示した. したがって, この手法によって得られるモデルの有効範囲は **S1** よりも広く **S2** のように表せる. しかし, p 次近似線形化法によるモデルも平衡点から離れるに従って誤差が大きくなり, あるテザー長さを超えると妥当ではなくなる.

それに対して, 疑似線形化法は座標変換とフィードバックによって新座標でのテイラー展開による1次近似線形システムが動作点に依存しないようにする方法である. 従来の1次近似線形化に比べて精度の点では変わらないがすべての平衡点集合上で有効なモデルが得られる. 前述のように, テザー衛星システムはシャトルと地球の質量中心を結ぶ直線上に連続的に平衡点を有するため, 疑似線形化法を用いることにより, 図中 **S3** で表すように **start** と **goal** を含む広い範囲で有効なモデルが得られると考えられる. そこで, 以下では疑似線形化法⁽⁶⁾によってテザー衛星システムの1つの非線形コントローラを設計することを試みる.

3.1 疑似線形化法 次式で表される 1 入力非線形システムを考える.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (6)$$

ここで, $x \in R^n$, $u \in R$ であり, $f = (f_1, \dots, f_n)^T : R^{n+1} \rightarrow R^n$ は C^1 級であるとする. 平衡点の集合およびその状態空間への射影を次のように定義する.

$$M_{x,u} \equiv \{(x_0, u_0) \mid f(x_0, u_0) = 0\}$$

$$M_x \equiv \{x_0 \mid \exists u_0, f(x_0, u_0) = 0\}$$

任意の平衡点 $(x_0, u_0) \in M_{x,u}$ の近傍で, 系の挙動は次式によって近似することができる.

$$\delta \dot{x} = F(x_0, u_0) \delta x + G(x_0, u_0) \delta u \quad (7)$$

ここで, $\delta x = x - x_0 \in R^n$, $\delta u = u - u_0 \in R$, $F = \delta f / \delta x$, $G = \delta f / \delta u$ である. このシステムは, F, G が平衡点 (x_0, u_0) の関数になっているため, 動作点が変わると動特性も変化してしまう. そこで, 座標変換とフィードバック

$$z_i = T_i(x), \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$v = T_{n+1}(x, u) \quad (9)$$

によって, 新座標での線形近似システムが動作点に依存せず, 常に Brunovsky の可制御正準系

$$\delta \dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \delta z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \delta v \quad (10)$$

となるようにすることを考える.

(8) 式を時間で微分し, (6) 式を考慮すると

$$\dot{z}_i = \frac{\partial T_i}{\partial x} f(x, u), \quad i = 1, \dots, n$$

という関係を得る. 上式より, 任意の平衡点 $(x_0, u_0) \in M_{x,u}$ の近傍で系の挙動は次式のように表せる.

$$\delta \dot{z}_i = \alpha_i F(x_0, u_0) \delta x + \alpha_i G(x_0, u_0) \delta u, \quad i = 1, \dots, n$$

ただし, α_i は M_x 上の微分 1-形式

$$\alpha_i = dT_i|_{M_x}, \quad i = 1, \dots, n$$

である. 上式が (10) 式と一致するためには, 次の関係を満たさなければならない.

$$\alpha_i F = \alpha_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (11)$$

$$\alpha_i G = 0, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (12)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n(FG) \quad (13)$$

ただし

$$\alpha_{n+1} = dT_{n+1}|_{M_{x,u}}$$

である. (11)~(13) 式は, 次式のように書き直せる.

$$\alpha_1 F^{i-1} G = 0, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (14)$$

$$\alpha_i = \alpha_1 F^{i-1}, \quad i = 2, \dots, n \quad (15)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n(FG) \quad (16)$$

したがって, まず (14) 式を満足する α_1 を求め, (15), (16) 式より $\alpha_i, i = 2, \dots, n$ を計算し, それらを

$$z_i = T_i(x) = \int_{M_x} \alpha_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$v = T_{n+1}(x, u) = \int_{M_{x,u}} \alpha_{n+1}$$

のように M_x および $M_{x,u}$ に沿って積分することにより座標変換とフィードバックが求められる.

3.2 テザー衛星システムへの適用 テザー衛星システムの場合, 平衡点集合 $M_{x,u}$ は

$$x_1^0 \neq -l_d, \quad x_2^0 = 0, \quad x_3^0 = 0, \quad u^0 = 0$$

によって定義される. (3)~(5) 式より, F, G は

$$F(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad G(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{-2}{x_1^0 + l_d} \end{pmatrix}$$

となる. $n=3$ より, (14) 式の条件は次のようになる.

$$\alpha_1 G = 0, \quad \alpha_1 FG = 0$$

α_1 の要素を $(\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13})$ と置くと, 上式は

$$\alpha_{11} - \frac{2}{x_1^0 + l_d} \alpha_{13} = 0$$

$$-\frac{2}{x_1^0 + l_d} \alpha_{12} = 0$$

と書ける. ここで,

$$\alpha_{11} = 2$$

$$\alpha_{12} = 0$$

$$\alpha_{13} = x_1^0 + l_d$$

と選べば条件を満足する. このとき α_1 は

$$\alpha_1 = 2dx_1 + (x_1^0 + l_d)dx_3$$

となる. (15), (16) 式より, $\alpha_i, i = 2, \dots, 4$ を計算すると

$$\alpha_2 = -3(x_1^0 + l_d)dx_2$$

$$\alpha_3 = -3(x_1^0 + l_d)dx_3$$

$$\alpha_4 = 9(x_1^0 + l_d)dx_2 + 6du$$

となる. 得られた $\alpha_i, i = 1, \dots, 4$ は容易に積分でき

$$z_1 = 2x_1 + (x_1 + l_d)x_3 \quad (17)$$

$$z_2 = -3(x_1 + l_d)x_2 \quad (18)$$

$$z_3 = -3(x_1 + l_d)x_3 \quad (19)$$

$$v = 9(x_1 + l_d)x_2 + 6u \quad (20)$$

が得られる.

求めた座標変換とフィードバックを用いて状態方程式を1次近似線形化する. (3)~(5)式の右辺をテイラー展開することにより状態方程式が

$$\dot{x}_1 = u$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = -3x_2 - \frac{2(x_3 + 1)}{x_1 + l_d}u + O^3(x, u)$$

と表せることに注意すると

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= 2\dot{x}_1 + \dot{x}_1 x_3 + (x_1 + l_d)\dot{x}_3 \\ &= 2u + x_3 u \\ &\quad + (x_1 + l_d)\left\{-3x_2 - \frac{2(x_3 + 1)}{x_1 + l_d}u + O^3(x, u)\right\} \\ &= -3(x_1 + l_d)x_2 - x_3 u + O^3(x, u) \\ &= z_2 + O^2(x, u) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= -3(x_1 + l_d)\dot{x}_2 - 3\dot{x}_1 x_2 \\ &= -3(x_1 + l_d)x_3 - 3x_2 u \\ &= z_3 + O^2(x, u) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= -3(x_1 + l_d)\dot{x}_3 - 3\dot{x}_1 x_3 \\ &= -3(x_1 + l_d)\left\{-3x_2 - \frac{2(x_3 + 1)}{x_1 + l_d}u + O^3(x, u)\right\} \\ &\quad - 3x_3 u \\ &= 9(x_1 + l_d)x_2 + 6u + 6x_3 u + O^3(x, u) \\ &= v + O^2(x, u) \end{aligned}$$

となる. したがって, x と u の2次以上の高次項を無視すれば Brunovsky の可制御正準系

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v$$

が得られる. この線形化された状態方程式を安定化するために状態フィードバック

$$v = (k_1, k_2, k_3) \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 z_3$$

を用いれば, もとの状態方程式に対するフィードバック(入力 u) は(20)式より次のようになる.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{6}\{v - 9(x_1 + l_d)x_2\} \\ &= \frac{1}{6}\{k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 z_3 - 9(x_1 + l_d)x_2\} \\ &= \frac{1}{6}\{k_1\{2x_1 + (x_1 + l_d)x_3\} - 3k_2(x_1 + l_d)x_2 \\ &\quad - 3k_3(x_1 + l_d)x_3 - 9(x_1 + l_d)x_2\} \end{aligned} \quad (21)$$

このフィードバックにより z 座標系で線形化された状態方程式が安定化される ($z \rightarrow 0$) ならば, 座標変換の定義(17)~(19)式より元の座標系においても $x \rightarrow 0$ となる.

4. 数値シミュレーション

ここでは, (a) 従来の1次近似線形化法, (b) 前報の ρ 次近似線形化法, (c) 本報の疑似線形化法, それぞれに基づいて設計した制御器の性能の比較を行う. 前報では本報とは異なる状態変数, 制御入力の定義を用いていたため, 改めて物理座標 $l, \theta, \dot{\theta}$ を用いて入力 $u = \dot{l}$ に対する制御器として記述し直すと以下のようになる.

(a) 1次近似線形化法

$$u = k_1(l - l_d) + k_2\theta + k_3\dot{\theta} \quad (22)$$

(b) ρ 次近似線形化法

$$\begin{aligned} u &= -\frac{3\theta l}{2(\dot{\theta} + 1)} + \frac{l}{12(\dot{\theta} + 1)} \times \\ &\quad \{k_1(4l \ln \frac{l}{l_d} + 2\dot{\theta} - 3\theta^2 - \dot{\theta}^2) - 6k_2\theta - 6k_3\dot{\theta}\} \end{aligned} \quad (23)$$

(c) 疑似線形化法

$$u = \frac{1}{6}\{k_1\{2(l - l_d) + l\dot{\theta}\} - 3k_2 l \theta - 3k_3 l \dot{\theta} - 9l\theta\} \quad (24)$$

上式におけるフィードバックゲイン k_1, k_2, k_3 は各線形化手法によって得られた線形モデルに基づいて最適レギュレータ理論により設計するものとする. 式(22)~(24)を式(3)~(5)の状態方程式に適用して数値シミュレーションを行う. 初期状態と目標状態は次のように設定する.

$$\begin{pmatrix} l(0) \\ \dot{l}(0) \\ \theta(0) \\ \dot{\theta}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_0 \text{ km} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} l(t_f) \\ \dot{l}(t_f) \\ \theta(t_f) \\ \dot{\theta}(t_f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \text{ km} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

初期テザー長さ $l_0 (> 1)$ を $l_0 = 2$ [km] から 1 [km] ずつ伸ばしていった安定化可能な範囲を調べた結果, 上限値は, (a) の場合は 4 [km], (b) の場合は 31 [km] であった. 一方, (c) の場合は, $l_0 = 100$ [km] とした場合でも安定化に成功した. Fig. 3 から Fig. 5 にそれぞれ $l_0 = 5$ [km], $l_0 = 32$ [km], $l_0 = 100$ [km] の場合の副衛星の挙動を示す.

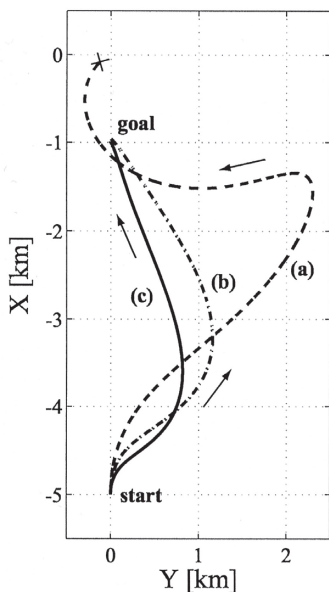


Fig. 3 In-plane motion of subsatellite ($l_0 = 5$ [km])

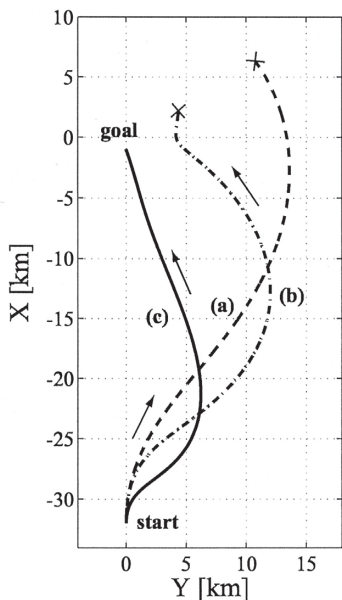


Fig. 4 In-plane motion of subsatellite ($l_0 = 32$ [km])

図中の”x”は、発散のため計算を途中で打ち切ったことを意味している。疑似線形化法による制御器は広範囲にわたって安定化に成功しており、良好な制御性能が得られていることが確認できる。

5. おわりに

本論文では、スペースシャトルと小型の衛星を1本のテザーで連結したテザー衛星システムを対象とし、テザーを伸展/回収する場合の副衛星の制御問題について検討した。系の平衡点がシャトルと地球の質量中心を結ぶ直線上に連続的に存在することに着目し、疑似線形化の考

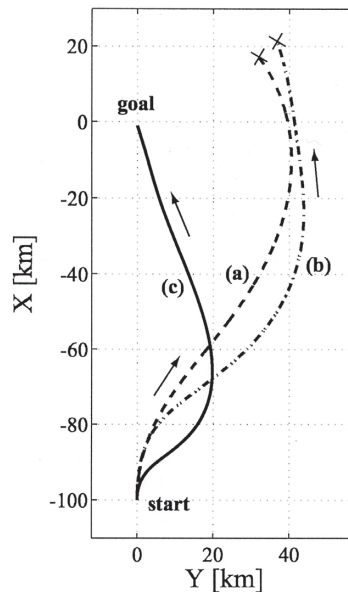


Fig. 5 In-plane motion of subsatellite ($l_0 = 100$ [km])

え方を用いて平衡点集合上で動作点に依存しない1次近似線形モデルを導出した。そして、得られたモデルに基づいて制御器を設計した結果、従来の1次近似線形化や ρ 次近似線形化を用いる場合よりも、大幅に安定化可能領域を拡大できることを確認した。疑似線形化法は、テザー衛星システムの制御器設計に非常に適しており、有力な方法になると考えられる。今後は、シャトルと副衛星の姿勢変化やテザーの質量および弾性変形をも考慮に入れたより現実的なモデルに基づいて制御系の設計を検討していく予定である。

文 献

- (1) P.M. Bainum and V.K. Kumar : Optimal Control of the Shuttle-Tethered-Subsatellite System, Acta Astronautica, Vol. 17, No. 12, p. 1333-1348 (1980).
- (2) H.A. Fujii and S. Ishijima : Mission Function Control for Deployment and Retrieval of a Subsatellite, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 12, No. 2, p. 243-247 (1989).
- (3) A. Isidori : Nonlinear Control Systems (Third Edition), Springer-Verlag (1995).
- (4) 岩村 : テザー衛星システムの非線形制御 (第1報, ρ 次近似線形化法による制御器設計), 福岡大学工学集報, 第89号, p. 7-11 (2012).
- (5) A.J. Krener : Approximate Linearization by State Feedback and Coordinate Change, Systems & Control Letters, 5, p. 181-185 (1984).
- (6) C. Reboulet and C. Champetier : A New Method for linearizing non-linear systems: the Pseudolinearization, International Journal of Control, Vol. 40, No. 4, p. 631-638 (1984).