

# Kerr 形非線形欠陥を有する層状フォトニック結晶 における欠陥モードの解析\*

岡 藤 智 史\*\*

## Analysis of Defect Modes Supported by Layered Photonic Crystals with Kerr-Like Nonlinear Defect Layer

Satoshi OKAFUJI

Characteristics of defect modes excited by plane waves in a layered photonic crystal with a Kerr-like nonlinear defect layer sandwiched by two thin dielectric films are examined. The defect layer composed from two nonlinear medium with different characteristics. Spectra of defect modes are evaluated for different defect structures. It is shown that the difference in defect structure deforms remarkably the spectrum.

**Key Words:** Photonic Crystal, Nonlinear Defect, Defect Mode Spectrum

### 1. まえがき

Kerr 形非線形媒質を一部に含む光導波路内を伝搬する非線形波の伝搬特性解析は、光強度に依存する新しい機能を有する光集積回路素子をつくることを目的として盛んに続けられている<sup>(1)~(4)</sup>。光領域におけるフォトニック結晶とは、光の波長程度の周期で、空气中に誘電体の板、球または円柱を配列した、あるいは逆に誘電体中に空洞を設けた構造の新しい光材料である<sup>(1)~(4)</sup>。この結晶の有する優れた特性を生かした超微小光集積回路の実現を目指した研究が行われている<sup>(5)~(8)</sup>。

層状フォトニック結晶に光波を入射させるとフォトニックバンドギャップ内に非常に先鋭なスペクトルを有する局在モードが出現し、そのスペクトルの現れる位置は欠陥層の厚さおよび層媒質の屈折率の増減によりシフトする<sup>(9),(10)</sup>。欠陥層を線形の誘電体層でなく Kerr 形非線形媒質層とし、このフォトニック結晶に光波を入射させれば、欠陥層内に形成される高振幅のモード電界の強さに比例して誘起される屈折率変化によりモードスペクトルの位置が変化する<sup>(11)</sup>。このことを利用すれば、層状

フォトニック結晶は光波の強度の強弱により出力が切り替わるスイッチング素子となることが期待できる。

本論文では、Kerr 形非線形欠陥層内の電界表示には非線形ヘルムホルツ方程式の二つの特解の線形結合で表す解析解を採用している。この電界表示を用いれば、Kerr 形欠陥層を有するフォトニック結晶に直線偏光した平面波を垂直入射させた場合の透過波および反射波の解析に層状媒質に対する電磁界の解析によく用いられる Transfer Matrix 法が適用できるので、反射係数の解析表示が容易に求められる。しかし、この解析解は非線形ヘルムホルツ方程式の厳密解ではないので、非線形欠陥層内の電界を精度良く求めるために欠陥層の細分化と非線形係数の値を零から徐々に大きくして所望の設定値に達するまで繰り返し計算を行う方法を用いる。数値解析では、欠陥層を 2 種類の非線形媒質で構成する場合について欠陥モードのスペクトル波形を求め、欠陥層の微細構造化とスペクトル波形の関係を検討する。

### 2. 解析

#### 2.1 Kerr 形非線形欠陥を有する層状フォトニック結晶の構造

図 1 に、解析する層状フォトニック結晶の構造を示す。フォトニック結晶 I は厚さ  $d_0$ 、屈折率  $n_0$  の誘電体層 A、

\* 平成19年5月31日受付

\*\* 電気工学科

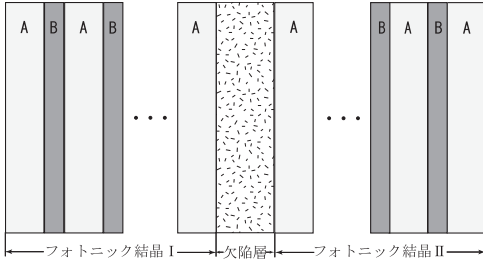


図1 Kerr 形非線形欠陥を有する層状フォトニック結晶

厚さ  $d_b$ 、屈折率  $n_b$  の誘電体層 B の順で周期的に配列した構成であり、層 A と層 B の合計は  $N_p$  層であるとする。層 A と層 B を組み合わせものが周期的に並ぶことになるので、格子定数は  $a = d_a + d_b$  となる。つぎに、フォトニック結晶 II は誘電体層 B、誘電体層 A の順でこれらを周期的に配列したもので、層 A と層 B の合計は  $N_p$  層である。

二つのフォトニック結晶の中間に設けた欠陥層は厚さが  $d_n$  であり、非線形係数の異なる Kerr 形非線形層を組み合わせた構造であるとする。さらに、Kerr 形非線形媒質の屈折率  $n$  は

$$n = n_i + \alpha |E|^2 \quad (1)$$

で与えられるものとする。ここで、 $E$  は非線形欠陥層内の光波の電界であり、 $n_i$  および  $\alpha$  はそれぞれ非線形媒質の線形屈折率および非線形係数である。

ここで後で必要となるために、座標軸はフォトニック結晶表面に垂直な方向を  $x$  軸に取り、各層の左端面の座標を  $x_i (i=0, 1, \dots, N_p)$  とする。ここで、 $N_p$  は左端面の総数である。また、左端の層から順番に  $1, 2, \dots, N_p$  と整数を割り振ることにする。

## 2.2 誘電体および Kerr 形非線形媒質内における電磁界の表示

光波は平面波であり、フォトニック結晶に垂直に入射するものとする。また、光波の電界は  $y$  成分  $E_y$  だけであるととし、さらにその時間因子を  $\exp(j\omega t)$  とする。

### (a) 誘電体層内における電磁界表示

第  $i$  番目の誘電体層内における電界および磁界は、それぞれ

$$E_y = a_i \exp(-jk_i x) + b_i \exp(jk_i x) \quad (2)$$

$$H_y = \left( \frac{k_i}{\omega \mu_0} \right) (a_i \exp(-jk_i x) - b_i \exp(jk_i x)) \quad (3)$$

で与えられる。ここで、

$$k_i = k_0 n_i \quad (4)$$

であり、 $k_0$  は真空中の光波の波数である。また、 $a_i$  および  $b_i$  はそれぞれ  $x$  軸の正方向および負方向に伝搬する平面波の振幅である。

### (b) Kerr 形非線形層内における電磁界表示

Kerr 形非線形層内の電界および磁界は

$$E_y = a_n \exp(-jk_a x) + b_n \exp(jk_b x) \quad (5)$$

$$H_y = \frac{k_a}{\omega \mu_0} a_n \exp(-jk_a x) - \frac{k_b}{\omega \mu_0} b_n \exp(jk_b x) \quad (6)$$

で与えられるものと仮定する。ここで、

$$k_a = k_0 (n_i + \alpha |a_n|^2) \quad (7)$$

$$k_b = k_0 (n_i + \alpha |b_n|^2) \quad (8)$$

であり、 $a_n$  および  $b_n$  は振幅である。式 (5) の右辺の各項、すなわち  $\exp(-jk_a x)$  および  $\exp(jk_b x)$  は、Kerr 形非線形媒質内で電界が満たす微分方程式

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + k_0^2 (n_i + \alpha |E_y|^2) E_y = 0 \quad (9)$$

の厳密解である。しかし、これらの線形結合で表されている式 (5) は式 (9) の厳密解ではないことを注意しておく。

式 (5) が厳密解でないので、非線形欠陥層内の電界は次のような手順により求める。まず、非線形層を  $r$  分割し、さらに非線形係数  $\alpha$  を  $s (> 10)$  分割して  $\alpha/s$  に対応する電界  $E_j^1 (j=1, 2, \dots, r)$  を求める。このとき、非線形媒質の屈折率は媒質が線形であるときの電界により計算する。次に、 $2\alpha/s$  に対応する電界  $E_j^2$  を求める。ただし、非線形媒質の屈折率の計算には  $E_j^1$  を用いる。以下、 $i\alpha/s (i > 3)$  に対応する電界は  $(i-1)\alpha/s$  に対応する電界により求めた非線形媒質の屈折率を用いて求める。最後に、このような操作を  $s$  回繰り返して得られた結果  $E_j^s$  をもって求める電界とする。すると、このときの非線形媒質の屈折率  $n_j$  は

$$n_j = n_i + \alpha |E_j^s|^2 \quad (10)$$

で与えられる。

## 2.3 反射係数の表示

図1において、第  $i-1$  誘電体層と第  $i$  誘電体層の境界面の  $x$  座標を  $x_{i-1}$  とする。第  $i-1$  誘電体層内の振幅  $a_{i-1}$ 、 $b_{i-1}$  と第  $i$  誘電体層内の振幅  $a_i$ 、 $b_i$  の間には、境界面における電磁界成分の連続性により、

$$\begin{pmatrix} a_{i-1} \\ b_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$A_i = \frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j\phi_{i-1,i}\} \quad (12)$$

$$B_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j\phi_{i-1,i}\} \quad (13)$$

$$C_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j\phi_{i-1,i}\} \quad (14)$$

$$D_i = \frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j\phi_{i-1,i}\} \quad (15)$$

ここで、

$$\phi_{i-1,i} = (k_{i-1} - k_i)x_{i-1} \quad (16)$$

$$\phi_{i-1,i} = (k_{i-1} + k_i)x_{i-1} \quad (17)$$

である。

フォトニック結晶 I に入射させる入射波の電界  $E_i$  および反射波の電界  $E_r$  をそれぞれ

$$E_i = a_0 \exp(-jk_0 x) \quad (18)$$

$$E_r = b_0 \exp(jk_0 x) \quad (19)$$

とする。ここで、 $a_0$  および  $b_0$  はそれぞれ入射波および反射波の振幅である。すると式(11)を用いることにより、振幅  $a_0, b_0$  とフォトニック結晶 I の右端層内の電界の振幅  $a_m, b_m$  は

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = T_a \begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} \quad (20)$$

なる関係で結び付けられる。ここで、

$$T_a = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix} \quad (21)$$

である。

同様に、欠陥層に対しては

$$\begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} = T_d \begin{pmatrix} a_q \\ b_q \end{pmatrix} \quad (22)$$

となる。ここで、 $q = p + r, p = m + 1,$

$$T_d = \begin{pmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{p+1} & B_{p+1} \\ C_{p+1} & D_{p+1} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} A_q & B_q \\ C_q & D_q \end{pmatrix} \quad (23)$$

であり、第  $i (= p, p+1, \dots, q)$  層に対して

$$k_i = k_0 n_i + k_0 \alpha |E_j^s|^2 \quad (24)$$

$$A_i = \frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j\phi_{i-1,i}\} \quad (25)$$

$$B_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j\phi_{i-1,i}\} \quad (26)$$

$$C_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j\phi_{i-1,i}\} \quad (27)$$

$$D_i = \frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j\phi_{i-1,i}\} \quad (28)$$

である。また、

$$\phi_{i-1,i} = (k_{i-1} - k_i)x_{i-1} \quad (29)$$

$$\phi_{i-1,i} = (k_{i-1} + k_i)x_{i-1} \quad (30)$$

とした。

更に、欠陥層内の右端層内の振幅  $a_q, b_q$  とフォトニック結晶 II より透過する透過波の振幅  $a_t$  の間の関係を求めれば次のようになる。すなわち、

$$\begin{pmatrix} a_q \\ b_q \end{pmatrix} = T_b \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$T_b = \begin{pmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{r+1} & B_{r+1} \\ C_{r+1} & D_{r+1} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{pmatrix} \quad (32)$$

ここで、フォトニック結晶 II の右端層の番号を  $s$  としている。したがって、式(20)、式(22)および式(31)より、振幅  $a_0, b_0$  と振幅  $a_t$  の関係は

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

となる。ここで、

$$T = T_a T_d T_b \quad (34)$$

である。式(33)より、反射係数を  $R$  とすれば

$$R = \frac{T_{21}}{T_{11}} \quad (35)$$

で与えられる。ここで、 $T_{ij}$  は  $T$  の  $i$  行  $j$  列成分である。

### 3. 数値解析

数値解析では、フォトニック結晶を構成する誘電体 A 層、誘電体 B 層の屈折率、厚さおよび欠陥層の厚さを表 1 のように設定した。

表1 フォトニック結晶および欠陥層の諸量の設定

構成要素	屈折率	厚さ
誘電体 A	1.45	0.08 $\mu\text{m}$
誘電体 B	2.35	0.08 $\mu\text{m}$
欠陥層		0.16 $\mu\text{m}$

#### 3.1 欠陥層が線形である場合

図 2 (a) に、欠陥層が線形である場合の反射係数と規格化波長  $w_n = a/\lambda$  の関係を示す。高反射係数の波長領域に反射係数が零となる欠陥モードが一つ出現する。

もし、媒質が分散性媒質である場合には欠陥モードの数は複数となる<sup>(12)</sup>。この欠陥モードのスペクトルを図 2 (b) に示した。スペクトル分布の中心規格化波長は  $w_n = 0.2818013$  である。

#### 3.2 欠陥層が非線形である場合

(1) 自己集束および自己発散媒質で構成される 4 層欠陥層の場合

4 層構造の欠陥層を自己集束および自己発散媒質を組

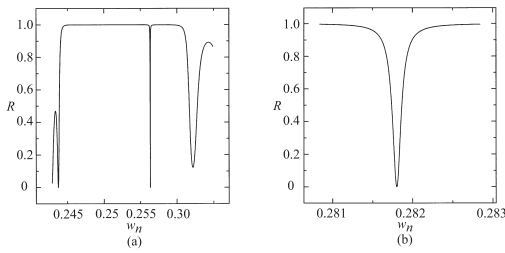


図2 線形欠陥モードのスペクトル

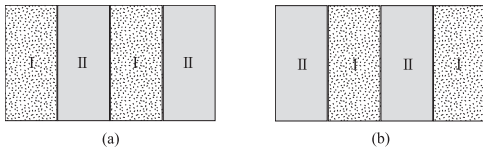


図3 4層構造の非線形欠陥

み合わせて構成した図3 (a), (b)の場合を考える。

設定した Kerr 媒質 I および Kerr 媒質 II の屈折率、非線形係数および厚さを表2に示す。

表2 欠陥層の諸量の設定

構成要素	屈折率	非線形係数	厚さ
Kerr 媒質 I	3.5	$10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.04 \mu\text{m}$
Kerr 媒質 II	3.5	$-10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.04 \mu\text{m}$

非線形媒質で構成される欠陥層の構造が図4 (a)である場合の反射係数と規格化波長の関係を示す。このとき、

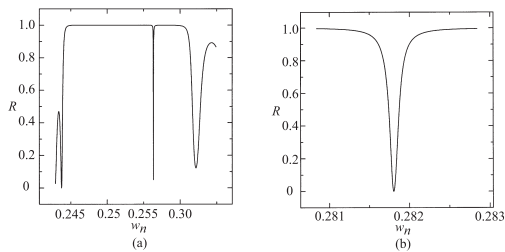


図4 非線形欠陥モードのスペクトル

フォトニック結晶に入射させる光波の電界振幅は  $7\text{kV}/\text{m}$  としている。この場合、欠陥層内の屈折率は最大1%程度変化している。線形欠陥の場合と同様に、高反射係数の波長領域に反射係数が零となる欠陥モードが一つ出現する。その欠陥モードのスペクトルを図4に示す。この場合、図2 (b)に示したスペクトルと同じ形状のスペクトルとなる。そして、スペクトル分布の中心規格化波長も  $w_n = 0.2818015$  となって図2 (b)の場合よりわず

かに短波長側にシフトする。

欠陥層の構造を図3 (b)のように変えた場合、スペクトルは図5に示すようになる。

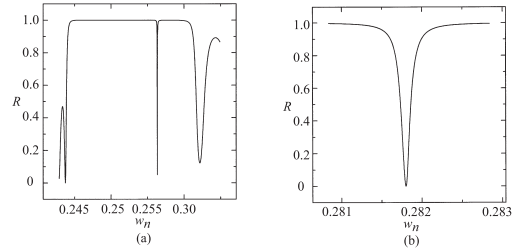


図5 非線形欠陥モードのスペクトル

この場合もスペクトルの形は図2 (b)と同じになる。そして、スペクトル分布の中心規格化波長  $w_n = 0.2818011$  となって図2 (b)の場合よりわずかに長波長側にシフトする。

(2) 自己集束および自己発散媒質で構成される5層欠陥の場合

欠陥層が5層構造で、自己集束および自己発散非線形媒質で構成される図6 (a), (b)の場合を考える。

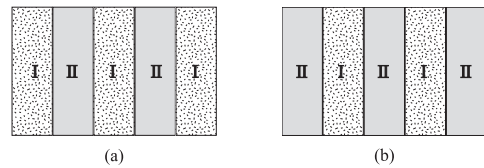


図6 5層構造の非線形欠陥

設定した Kerr 媒質 I および Kerr 媒質 II の屈折率、非線形係数および厚さを表3に示す。

表3 欠陥層の諸量の設定

構成要素	屈折率	非線形係数	厚さ
Kerr 媒質 I	3.5	$10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$
Kerr 媒質 II	3.5	$-10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$

図6 (a)に示す欠陥の場合に対するスペクトルを図7に示す。図中滑らかな曲線は線形欠陥の場合のスペクトルである。非線形欠陥はスペクトルに複雑な形状変化を与えることが分かる。

左から自己発散層、自己集束層の順に積層した図6 (b)の欠陥に対するスペクトルを図8に示した。この場合、先鋭なスペクトル波形が複数出現する。図7および図8ではフォトニック結晶に入射させる光波の電界振幅を4層欠陥の場合と同じ  $7\text{kV}/\text{m}$  としている。したがっ

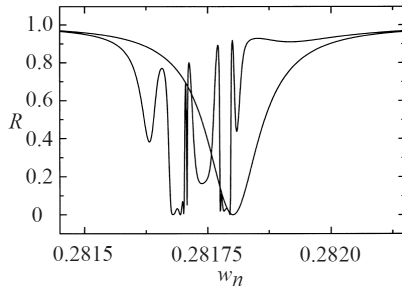


図7 線形欠陥モードとの比較

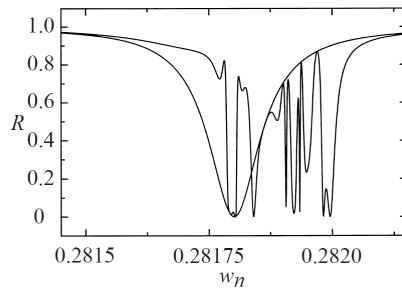


図8 線形欠陥モードとの比較

て、欠陥層の構造を4層から5層に変えると線形欠陥モードのスペクトル波形は大きく変わることが分かる。

### (3) 自己集束または自己発散媒質で構成される5層欠陥の場合

図6 (a)において、欠陥層を構成する非線形媒質の設定を表4に示すように変えた場合のスペクトルを図9に示す。

表4 欠陥層の諸量の設定

構成要素	屈折率	非線形係数	厚さ
Kerr 媒質 I	3.5	$10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$
Kerr 媒質 II	3.5	$5 \times 10^{-13} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$

このとき、フォトニック結晶に入射させる光波の電界振幅は $10 \text{kV/m}$ とした。自己集束欠陥の場合、スペクトル波形は超微細構造となるが、反射係数が完全に零となる鋭いスペクトルは少ない。

図6 (b)において、欠陥層を構成する非線形媒質の設定を表5に示すように変えた場合のスペクトルを図10に示す。このとき、フォトニック結晶に入射させる光波の電界振幅は $10 \text{kV/m}$ とした。自己発散欠陥の場合、超鋭な欠陥スペクトルが多数現れることが分かる。

## 4. むすび

解析的に求めた反射係数スペクトルを求め、非線形欠陥層の構造が欠陥モードのスペクトル構造を大きく変化

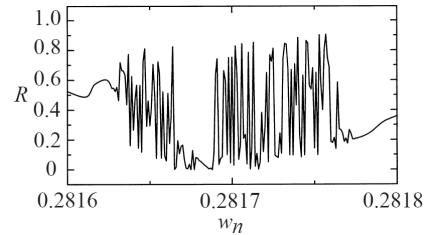


図9 自己集束欠陥の場合の微細スペクトル構造

表5 欠陥層の諸量の設定

構成要素	屈折率	非線形係数	厚さ
Kerr 媒質 I	3.5	$-10^{-12} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$
Kerr 媒質 II	3.5	$-5 \times 10^{-13} \text{m}^2/\text{V}^2$	$0.032 \mu\text{m}$

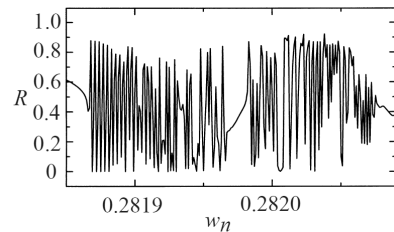


図10 自己発散欠陥の場合の微細スペクトル構造

させることが分かった。今後異なる構成を有する欠陥に対して詳細な解析を進める予定である。

## 参考文献

- (1) C.M. Soukoulis ed., *Photonic Band Gaps and Localization* (Plenum, New York, 1993).
- (2) 花村栄一, “フォトニックバンドギャップ,” 応用物理, vol.63, pp.604-607, 1994.
- (3) J.D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals* (Princeton University Press, Princeton, 1995).
- (4) C.M. Soukoulis ed., *Photonic Band Gap Materials* (Kluwer Academic, Dordrecht, 1996).
- (5) 馬場俊彦, 池田充貴, 神澤尚久, ハンス ブロム, “フォトニック結晶とその応用,” 応用物理, vol.67, no.9, pp.1041-1045, 1998.
- (6) 野田進, “フォトニック結晶,” 電子情報通信学会誌, vol.85, no.11, pp.839-846, 2002.
- (7) 野田進, 浅野卓, 山本宗継, “フォトニック結晶による光子制御,” 応用物理, vol.71, no.11, pp.1357-1361, 2002.
- (8) 山本宗継, 野田進, “ウェハ融着を用いた3次元フォ

- トニック結晶,” レーザ研究, vol.30, no.2, pp.59-64, 2002.
- (9) 迫田和彰, “フォトニック結晶入門,” 森北出版, 2004.
- (10) 吉野勝美, 武田寛之, “フォトニック結晶の基礎と応用,” コロナ社, 2004.
- (11) 岡藤智史, 末吉優, “Kerr 形非線形欠陥層を有する1次元フォトニック結晶における局在モードの解析,” 福岡大学工学集報, vol.74, pp.15-20, 2005.
- (12) 岡藤智史, “メタ媒質欠陥層を有する1次元フォトニック結晶による平面波の透過特性の解析,” 福岡大学工学集報, vol.75, pp.1-6, 2005.