

# メタ媒質欠陥層を有する1次元フォトニック結晶 による平面波の透過特性の解析\*

岡 藤 智 史\*\*

## Analysis of Transmission Characteristics of a Plane Wave by 1-D Photonic Crystal with a Meta-material Defect Layer

Satoshi OKAFUJI

A transmission characteristic of a plane wave by 1-D photonic crystal with a meta-material defect layer is investigated. For the meta-material defect with different frequency dispersions, numerical examples of the frequency characteristics of the transmission coefficient and the frequency spectrum of localized modes are presented. The results show that the meta-material defect makes the interesting characteristics of localized modes.

**Key Words:** 1-D Photonic Crystal, Transmission Coefficient, Localized Mode, Meta-Material Defect

### 1. まえがき

光領域におけるフォトニック結晶とは、光の波長程度の周期で、空气中に誘電体の板、球または円柱を配列した、あるいは逆に誘電体中に空洞を設けた構造の新しい人工の光材料である<sup>(1)~(10)</sup>。フォトニック結晶を利用する場合、フォトニックバンドギャップ、バンド端、透過バンドなどに着目すれば、結晶内に欠陥を設けることにより光波を欠陥部に強く閉じ込めて伝送することができること、バンド端で形成される定在波状態を共振器として用いることにより種々の非線形光学現象の創出が可能となること、光の伝搬速度を極限的に遅くしたり、光の伝搬方向を自在に変化させたり、負の屈折現象を可能にさせたりすることもできる<sup>(10)</sup>。

近年、金属による電磁波波長より小さい周期構造を有する人工媒質、いわゆるメタ媒質はある周波数の範囲で誘電率および透磁率が負となる。このような媒質内を伝搬する電磁波の電界、磁界および伝搬ベクトルは、正の

誘電率および透磁率の媒質内の電磁波と異なって左手系となるので、種々の興味あるメタ媒質内の電磁波の振る舞いが明らかにされつつある<sup>(11)~(19)</sup>。

本論文では、メタ媒質欠陥層を有するフォトニック結晶に直線偏光した平面波を垂直入射させた場合の透過波の解析に、層状媒質に対する電磁界の解析によく用いられる $2 \times 2$  matrix method<sup>(3)</sup>を適用して、透過係数の解析表示を求めている。

1次元フォトニック結晶中に欠陥層を設けると反射係数が1であるフォトニックバンドギャップ内に透過係数が1である非常に先鋭なスペクトルを有する局在モードが出現し、この局在モードのスペクトルの現れる位置は欠陥層の厚さ、層媒質の屈折率およびフォトニック結晶の構造により決まる<sup>(8),(9)</sup>。欠陥層を通常の線形誘電体層でなくメタ媒質層とすれば、メタ媒質は周波数の違いに応じて誘電率および透磁率の符号が変わるので、通常の誘電体欠陥層の場合とは大きくことなる透過特性が期待できる。数値解析では、透過特性の周波数特性をメタ媒質の誘電率および透磁率の分散特性を変化させて検討する。

\*平成17年5月31日受付

\*\*電気工学科

2. 解析

2.1 メタ媒質欠陥層を有する1次元フォトニック結晶の構造

図1に、メタ媒質欠陥層をもつ1次元フォトニック結晶の構造を示す。

左側のフォトニック結晶は厚さ  $d_1$ 、屈折率  $n_1$ 、透磁率  $\mu_0$  の誘電体層A、厚さ  $d_2$ 、屈折率  $n_2$ 、透磁率  $\mu_0$  の誘電体層Bの順で周期的に配列した構成であり、層Aと層Bの合計は  $m$  層であるとする。層Aと層Bを組み合わせるのが周期的に並ぶことになるので、格子定数は  $a = d_1 + d_2$  となる。右側のフォトニック結晶は誘電体層B、誘電体層Aの順でこれらを周期的に配列したもので、層Aと層Bの合計は  $m$  層であるとしている。

二つのフォトニック結晶で挟まれたメタ媒質欠陥層の厚さは  $d_n$  であるとし、その透磁率  $\mu_d$  および誘電率  $\epsilon_d$  はそれぞれ

$$\mu_d = \mu_r \mu_0 - \frac{1}{\omega^2 C_0 l} \tag{1}$$

$$\epsilon_d = \epsilon_r \epsilon_0 - \frac{1}{\omega^2 L_0 l} \tag{2}$$

で与えられるものとする<sup>(18)</sup>。ここで、 $\mu_r$  および  $\epsilon_r$  はそれぞれ集中定数回路素子を周期  $l$  で挿入する媒質の比透磁率および比誘電率であり、 $C_0$  および  $L_0$  は挿入する集中回路素子定数である。式(1)および式(2)の  $\mu_d$  および  $\epsilon_d$  はそれぞれ

$$\omega_\mu = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 C_0 l}} \tag{3}$$

$$\omega_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 L_0 l}} \tag{4}$$

なる角周波数で零となる。

2.2 誘電体およびメタ媒質内における電磁界の表示

座標軸はフォトニック結晶表面に垂直な方向を  $z$  軸にとる。また、左の誘電体層から順番に 1, 2, ... と整数を割り振ることとする。このとき、欠陥層、フォトニック結晶IIの左端層および右端層の番号はそれぞれ  $m+1$ ,  $m+2$ ,  $2(m+1)$  となる。

光波は、電界が  $x$  成分  $E_x$  だけをもつ角周波数  $\omega$  の平

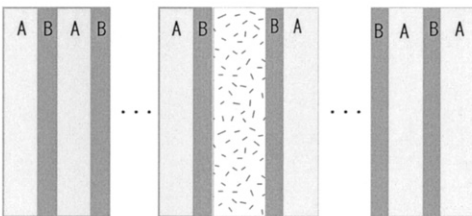


図1 メタ媒質欠陥層をもつ1次元フォトニック結晶

面波で、フォトニック結晶に垂直に入射すると仮定する。また、時間因子は  $\exp(-j\omega t)$  とする。

$$\frac{dE_x}{dz} = j\omega\mu_0 H_y \tag{5}$$

$$\frac{dH_y}{dz} = j\omega\epsilon E_x \tag{6}$$

第  $i$  番目の誘電体層内における電界および磁界は、それぞれ

$$E_x = a_i \exp(jk_i z) + b_i \exp(-jk_i z) \tag{7}$$

$$H_y = \frac{k_i}{\omega\mu_0} a_i \exp(jk_i z) - \frac{k_i}{\omega\mu_0} b_i \exp(-jk_i z) \tag{8}$$

で与えられる。ここで、

$$k_i = k_0 n_i \tag{9}$$

であり、 $k_0$  は真空中の光波の波数である。また、 $a_i$  および  $b_i$  は振幅である。

メタ媒質欠陥層内における電磁界は

$$\frac{dE_x}{dz} = j\omega\mu_d H_y \tag{10}$$

$$\frac{dH_y}{dz} = j\omega\epsilon_d E_x \tag{11}$$

なる方程式を満たす。

$$E_x = a_d \exp(jk_d z) + b_d \exp(-jk_d z) \tag{12}$$

$$H_y = \frac{k_d}{\omega\mu_d} a_d \exp(jk_d z) - \frac{k_d}{\omega\mu_d} b_d \exp(-jk_d z) \tag{13}$$

ここで、

$$k_d = k_0 \sqrt{\epsilon_d \mu_d / \epsilon_0 \mu_0} \tag{14}$$

であり、 $a_d$  および  $b_d$  は振幅である。

2.3 透過係数

図1に示すフォトニック結晶IおよびIIにおいて、第  $i-1$  層と第  $i$  層の境界面の  $z$  座標を  $z_i$  とする。第  $i-1$  誘電体層内の振幅  $a_{i-1}$ ,  $b_{i-1}$  と第  $i$  誘電体層内の振幅  $a_i$ ,  $b_i$  の間には、境界面における電磁界成分の連続性により、

$$\begin{pmatrix} a_{i-1} \\ b_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \end{pmatrix} \tag{15}$$

なる関係がある。ここで、

$$A_i = -\frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j(k_{i-1} - k_i)z_i\} \tag{16}$$

$$B_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{-j(k_{i-1} + k_i)z_i\} \tag{17}$$

$$C_i = \frac{k_{i-1} - k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j(k_{i-1} + k_i)z_i\} \tag{18}$$

$$D_i = \frac{k_{i-1} + k_i}{2k_{i-1}} \exp\{j(k_{i-1} - k_i)z_i\} \tag{19}$$

であり、フォトニック結晶 I 内では  $i=1, 2, \dots, m$  であり、フォトニック結晶 II 内では  $i=m+3, m+4, \dots, 2(m+1)$  となる。

フォトニック結晶 I に入射させる入射波の電界  $E_i$  および反射波の電界  $E_r$  をそれぞれ

$$E_i = a_i \exp(jk_0 z) \quad (20)$$

$$E_r = b_r \exp(-jk_0 z) \quad (21)$$

とする。ここで、 $a_i$  および  $b_r$  はそれぞれ入射波および反射波の振幅である。すると式(15)を用いることにより、振幅  $a_i, b_r$  とフォトニック結晶 I の右端層内の電界の振幅  $a_m, b_m$  は

$$\begin{pmatrix} a_i \\ b_r \end{pmatrix} = H_a \begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$H_a = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix} \quad (23)$$

なる関係で結び付けられる。更に、欠陥層内の振幅  $a_d, b_d$  によりフォトニック結晶 I 内の右端層における振幅  $a_m, b_m$  を表せば

$$\begin{pmatrix} a_m \\ b_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_p & \tilde{B}_p \\ \tilde{C}_p & \tilde{D}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_d \\ b_d \end{pmatrix} \quad (24)$$

となる。ここで、

$$\tilde{A}_p = \frac{k_m + K_d}{2k_m} \exp\{-j(k_m - k_d)z_p\} \quad (25)$$

$$\tilde{B}_p = \frac{k_m - K_d}{2k_m} \exp\{-j(k_m + k_d)z_p\} \quad (26)$$

$$\tilde{C}_p = \frac{k_m - K_d}{2k_m} \exp\{j(k_m + k_d)z_p\} \quad (27)$$

$$\tilde{D}_p = \frac{k_m + K_d}{2k_m} \exp\{j(k_m - k_d)z_p\} \quad (28)$$

$$K_d = \mu_0 k_d / \mu_d \quad (29)$$

であり、 $p=m+1$  である。

したがって、振幅  $a_d, b_d$  により入射波の振幅および反射波の振幅は

$$\begin{pmatrix} a_i \\ b_r \end{pmatrix} = H_a \begin{pmatrix} \tilde{A}_p & \tilde{B}_p \\ \tilde{C}_p & \tilde{D}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_d \\ b_d \end{pmatrix} \quad (30)$$

で与えられることになる。

透過波の振幅を  $a_t$  とする。透過係数を求めるには、欠陥層内の振幅  $a_d, b_d$  を振幅  $a_t$  により表す必要がある。まず、欠陥層とフォトニック結晶 II の左端層において、

$$\begin{pmatrix} a_d \\ b_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}_q & \hat{B}_q \\ \hat{C}_q & \hat{D}_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_q \\ b_q \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$\hat{A}_q = \frac{K_d + K_q}{2K_d} \exp\{-j(k_d - k_q)z_q\} \quad (32)$$

$$\hat{B}_q = \frac{K_d - K_q}{2K_d} \exp\{-j(k_d + k_q)z_q\} \quad (33)$$

$$\hat{C}_q = \frac{K_d - K_q}{2K_d} \exp\{j(k_d + k_q)z_q\} \quad (34)$$

$$\hat{D}_q = \frac{K_d + K_q}{2K_d} \exp\{j(k_d - k_q)z_q\} \quad (35)$$

が成立する。更に、フォトニック結晶 II の左端層 (番号  $q=m+2$  とする) 内の電界振幅  $a_q, b_q$  と透過波の振幅  $a_t$  の間の関係を求めれば次のようになる。すなわち、

$$\begin{pmatrix} a_q \\ b_q \end{pmatrix} = H_b \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$H_b = \begin{pmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{r+1} & B_{r+1} \\ C_{r+1} & D_{r+1} \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{pmatrix} \quad (37)$$

ここで、 $r=m+3$  とし、フォトニック結晶 II の右端層の番号を  $s=2(m+1)$  としている。したがって、式(31)および式(36)より、振幅  $a_d, b_d$  と振幅  $a_t$  の関係は

$$\begin{pmatrix} a_d \\ b_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}_q & \hat{B}_q \\ \hat{C}_q & \hat{D}_q \end{pmatrix} H_b \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

となる。

式(10)および式(38)を用いて

$$\begin{pmatrix} a_i \\ b_r \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} a_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$S = H_a \begin{pmatrix} \tilde{A}_p & \tilde{B}_p \\ \tilde{C}_p & \tilde{D}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_q & \hat{B}_q \\ \hat{C}_q & \hat{D}_q \end{pmatrix} H_b \quad (40)$$

が得られるので、透過係数を  $T$  で表せば

$$T = S_{11} \quad (41)$$

で与えられることになる。ここで、 $S_{11}$  は行列  $S$  の第 1 行、第 1 列の要素である。

### 3. 数値例

数値解析では、フォトニック結晶を構成する誘電体 A 層、誘電体 B 層の屈折率、厚さおよびメタ媒質層の屈折率、および厚さを表 1 のように設定した。また、フォトニック結晶は 9 層で構成されるとした。

表1 諸量の設定

構成要素	比誘電率	比誘電率	厚さ
誘電体 A	1.45	1	0.07 $\mu\text{m}$
誘電体 B	2.3	1	0.07 $\mu\text{m}$
メタ媒質	1.4	1.214	0.176 $\mu\text{m}$

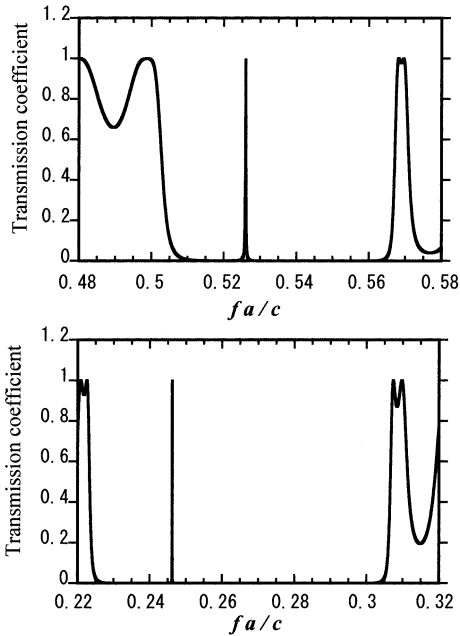


図2 透過係数の周波数特性

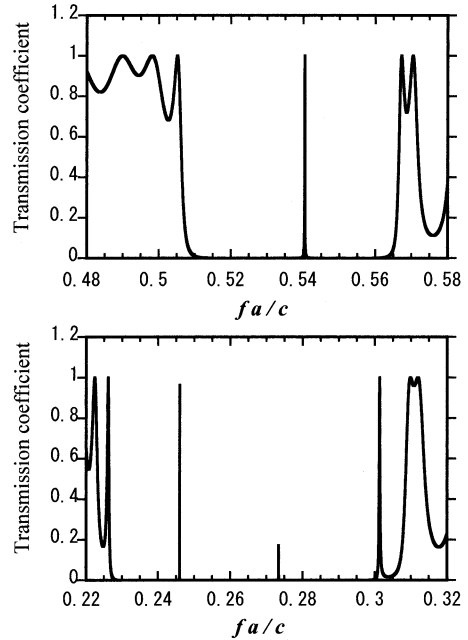


図3 透過係数の周波数特性

メタ媒質の誘電率および透磁率を規定するために、二つのパラメータ

$$\omega_\varepsilon = \frac{\omega_\varepsilon a}{2\pi c} \quad (42)$$

$$\omega_\mu = \frac{\omega_\mu a}{2\pi c} \quad (43)$$

を導入する。ここで、 $c$ は真空中の光速である。図2に、 $\omega_\varepsilon = 0, \omega_\mu = 0$ の場合について、 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22, 0.58 \geq fa/c \geq 0.48$ の範囲内での透過係数の周波数依存性を示す。よく知られているように、フォトニック結晶特有の透過係数が零となるバンドギャップができ、そしてバンドギャップ中に透過係数が1である非常に鋭い局在モードのスペクトルが1つ現れる<sup>(8)</sup>。

図3は、 $\omega_\varepsilon = 0.66, \omega_\mu = 0.61$ の場合の周波数特性である。この場合、 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ の周波数範囲内に二つの局在モードが存在し、 $0.58 \geq fa/c \geq 0.48$ では一つの局在モードが現れる。図3ではメタ媒質の誘電率および透磁率はともに正であるので、 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ で二つの局在モードを発生させる要因としてメタ媒質の分散性が大きく寄与している。

$\omega_\varepsilon = 0.66, \omega_\mu = 0.48$ に選んだ場合を図4に示す。この場合、 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ ではメタ媒質の誘電率および透磁率はともに正であるが、 $0.72 \geq fa/c \geq 0.44$ では誘電率が正であり、透磁率が負となる。 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ の範囲では、図3と同様に局在モードが2個存在する。しか

し、 $0.72 \geq fa/c \geq 0.44$ では2個の局在モードが現れる。この場合、周波数特性に透過係数が1とはならない山が周期的できる。

図5は、 $\omega_\varepsilon = 0.48, \omega_\mu = 0.66$ に設定したときの特性である。この場合、 $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ で二つの局在モードが形成されるのは図3および図4のときと同じである。しかし、 $fa/c = 0.53$ の周波数付近のバンドギャップ中には局在モードは現れない。

図2および図3の  $0.58 \geq fa/c \geq 0.48$ の範囲に存在する局在モードのスペクトルを図6に示す。これから、メタ媒質の誘電率および透磁率の分散特性うまく設定すればスペクトル幅を狭くすることができることになる。図7は、図4の  $0.72 \geq fa/c \geq 0.44$ で現れる2個の局在モードのスペクトルであり、近接した周波数の局在モードでもスペクトル幅が異なる。図8に、図3の周波数範囲  $0.32 \geq fa/c \geq 0.22$ にある二つの局在モードのスペクトルを示す。図8において、下側が低周波数側のバンド端に近い局在モードのスペクトルである。スペクトルの中心周波数  $f_0$  と透過係数が0.1に低下する周波数  $f_1$  の差でスペクトル幅  $\Delta f_n = |f_1 - f_0| a/c$  を定義すれば、 $\Delta f_n = 0.00001$  となる。通常の誘電体欠陥である図2の場合の低周波数側のバンド端に近い局在モードのスペクトル幅が  $\Delta f_n = 0.00003$  であることを考えれば、メタ媒質欠陥ではスペクトル幅が1/3に縮小している。このように、メタ媒質欠陥の誘電率および透磁率の特性が単なる誘電体欠陥の

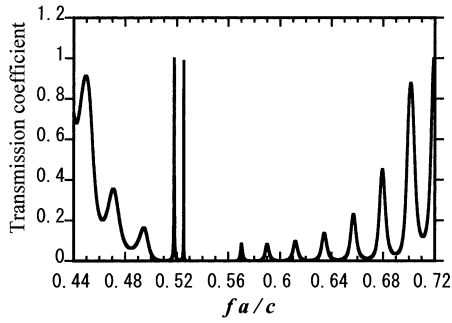


図4 透過係数の周波数特性

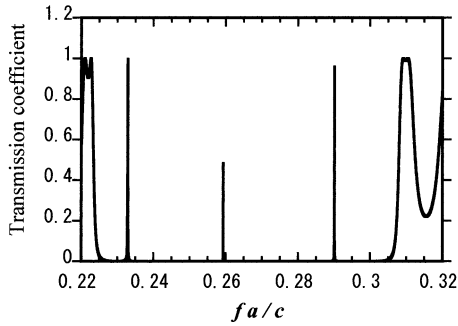


図5 透過係数の周波数特性

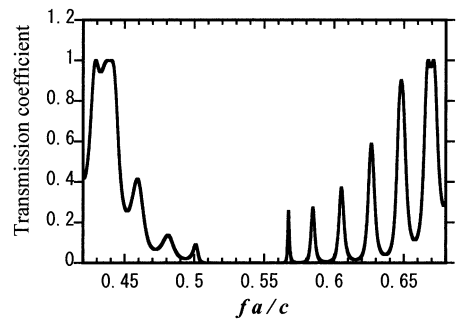


図6 局在モードのスペクトル

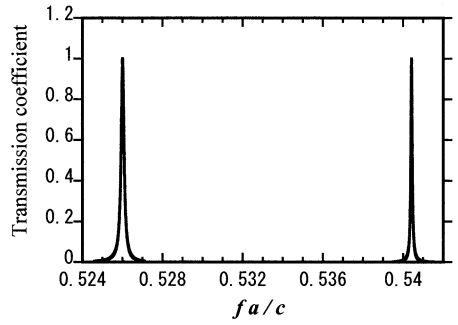


図7 局在モードのスペクトル

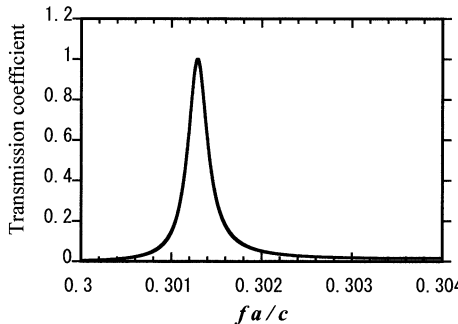
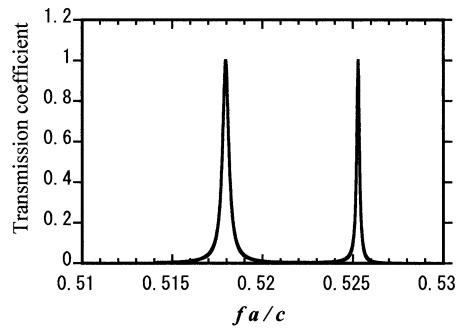
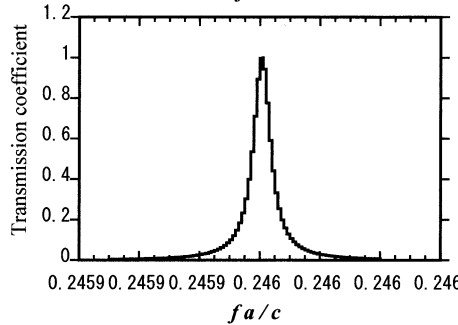


図8 局在モードのスペクトル



場合よりモードの性質に多様性をもたらすことが分かる.

#### 4. むすび

メタ媒質欠陥層を有するフォトニック結晶に直線偏光した平面波を垂直入射させた場合の透過係数の周波数特性について検討し、メタ媒質の誘電率および透磁率の分散特性が局在モードの特性に大きく影響を与えることが分かった。解析した構造のフォトニック結晶をフィルタとして用いることが可能かどうかについてはもっと詳細な検討が必要であり、これについては残された問題である。

#### 参 考 文 献

- (1) C. M. Soukoulis ed., *Photonic Band Gaps and Localization* (Plenum, Newyork, 1993).
- (2) 花村栄一, “フォトニックバンドギャップ,” 応用物理, vol.63, pp.604-607, 1994.
- (3) J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals* (Princeton University Press, Princeton, 1995).
- (4) C. M. Soukoulis ed., *Photonic Band Gap Materials* (Kluwer Academic, Dordrecht, 1996).
- (5) 馬場俊彦, 池田充貴, 神澤尚久, ハンス ブロム, “フォトニック結晶とその応用,” 応用物理, vol.67, no. 9, pp.1041-1045, 1996.
- (6) 野田 進, “フォトニック結晶,” 電子情報通信学会誌, vol.85, no.11, pp.839-846, 2002.
- (7) 野田 進, 浅野卓, 山本宗継, “フォトニック結晶による光子制御,” 応用物理, vol.71, no.11, pp.1357-1361, 2002.
- (8) 迫田和彰, 武田寛之, “フォトニック結晶入門,” 森北出版, 2004.
- (9) 吉野勝美, 武田寛之, “フォトニック結晶の基礎,” コロナ社, 2004.
- (10) 野田 進, “二次元・三次元フォトニック結晶の現状と将来展望,” 応用物理, vol.74, no.2, pp.147-159, 2005.
- (11) V. G. Veselego, “Electrodynamics of substances with simultaneously negative electric and magnetic permeability,” *Sov. Phys. Usp.*, vol.10, no.4, pp. 509-514, 1968.
- (12) D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol.84, no.18, pp.4184-4187, 2000.
- (13) D. R. Smith, and N. Kmil, “Negative refractive index in left-handed meta-material,” *Phys. Rev. Lett.*, vol.85, no.14, pp.2933-2936, 2000.
- (14) R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, “Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed meta-material,” *Appl. Rev. Lett.*, vol.78, no.4, pp.489-491, 2001.
- (15) R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction,” *Science*, vol.292, no.4, pp.77-79, 2001.
- (16) G. V. Eleftheriades, A. K. Iyer, and P. C. Kremer, “Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MT-50, no.12, pp.2702-2717, 2002.
- (17) G. V. Eleftheriades, O. Siddiqui, A. K. Iyer, “Transmission line models for negative refractive index media and associated implementations without excess resonators,” *IEEE Trans. Microwave and Wire. Comp. Lett.*, vol.13, no.2, pp.51-53, 2003.
- (18) 堤 誠, “負の屈折率伝送媒質とマイクロ波回路への応用,” 信学誌, vol.88, no.1, pp.23-27, 2005.
- (19) 納富雅也, “フォトニック結晶と負の屈折率,” 応用物理, vol.74, no.2, pp.173-179, 2005.
- (20) P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media* (John Wiley & Sons, 1988).