

電気光学効果電界計測法における光学素子軸角選定による信号増幅*

住吉 谷 覚**

Signal Amplifying by Choosing Optical Device Angles in Electro-optic Field Measurement

Satoru SUMIYOSHITANI

Electro-optic field measurement method is widely applied to gas, liquid and solid medium. Furthermore it is expected that more exact measurement can be performed easily, and that application to a medium with a smaller electro-optic effect and/or a weaker electric field can be performed easily. In this paper, it is shown that a large signal amplification of electro-optic effect can be obtained by choosing optical device angles, using a typical system for electro-optic field measurement.

Key Words: Signal Amplifying, Optical Device Angle, Electro-Optic Effect, Field Measurement

1. まえがき

電気光学効果を利用した電界計測法は、光を透過し、電界に対する複屈折特性を持つ気体、液体、固体に広く適用することができる。本手法においては、金属でなく、光が探針として働くので、測定領域へ擾乱が持ち込まれ難い。それゆえ本手法は高電圧現象研究への適用のみならず、電磁界環境モニターとしての利用も見込まれている。しかしながら、電気光学効果は元来非常に小さく、その計測信号も非常に小さいことから、簡単に使えるとは言いがたい状況にある。これに対して、より簡単で正確な計測や、電気光学効果のより小さい媒質やより低電界への適用が期待されている。それらを実現する最も簡単な方法は電気光学効果の信号を大きく増幅することである。

本論文では、電気光学効果信号の増幅についての検討結果から導かれる光学素子軸角の設定法が説明される。

2. 理 論

電気光学効果を利用した電界計測のための代表的システムの光学系を図1に示す。レーザ(光電界の大きさ e_0)、

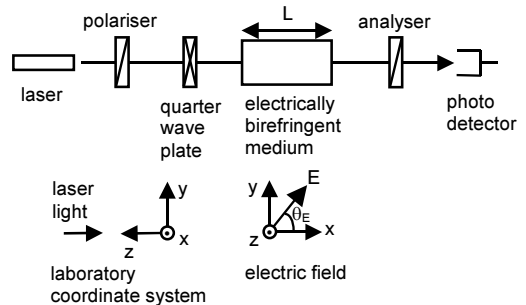


Fig.1 Typical system for electro-optic field measurement

偏光子 (軸角 θ_p)、4分の1波長板 (軸角 θ_q)、電界複屈折媒質 (光路長 L)、検光子 (軸角 θ_a)、受光素子で構成されている。受光素子の受光レーザ光強度は専用アンプにより電圧出力に変換される。アンプの変換係数は α とする。

ここでの電気光学効果を Kerr 効果とする (Kerr 定数 B) と、媒質中の電界 E はレーザ光に垂直な面内電界成分 (大きさ E, 向き θ_E) として計測される。電気光学効果はレーザ光電界の直交 2 成分間の位相差 (式 (1) に示される) に現れる (2 成分の内の 1 成分の向きは測定される電界の向きと一致している)。

* 平成15年 5月31日受付

** 電気工学科

$$\delta_E = 2\pi BLE^2 \quad (1)$$

図1の光学システムを通過後、受光器により測定されるレーザ光強度 I は上述したように電圧出力として測定される。

$$\begin{aligned} I = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2(\theta_p - \theta_q))\cos(2(\theta_q - \theta_E)) \\ & * \cos(2(\theta_E - \theta_a)) + \sin\delta_E \sin(2(\theta_p - \theta_q)) \\ & * \sin(2(\theta_E - \theta_a)) - \cos\delta_E \cos(2(\theta_p - \theta_q)) \\ & * \sin(2(\theta_q - \theta_E))\sin(2(\theta_E - \theta_a))) \end{aligned} \quad (2)$$

次の検討のために、式(3)の置き換えを式(2)に適用する。

$$\theta_p - \theta_q = \delta \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2\delta)\cos(2(\theta_q - \theta_E)) \\ & * \cos(2(\theta_E - \theta_a)) + \sin\delta_E \sin(2\delta)\sin(2(\theta_E - \theta_a)) \\ & - \cos\delta_E \cos(2\delta)\sin(2(\theta_q - \theta_E))\sin(2(\theta_E - \theta_a))) \end{aligned} \quad (4)$$

この光学系を用いての測定は δ への2つの設定値に対して行われてきた。

1つ目の設定は $\delta = 0$ [degree] ($\theta_p = \theta_q$) である。この設定の場合、測定領域へは直線偏光光が入射する。この条件設定により式(4)は式(5)となる。

$$\begin{aligned} I = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2(\theta_q - \theta_E))\cos(2(\theta_E - \theta_a)) \\ & - \cos\delta_E \sin(2(\theta_q - \theta_E))\sin(2(\theta_E - \theta_a))) \end{aligned} \quad (5)$$

これに一般的な $\theta_p (= \theta_q)$ と θ_a を直交させる設定 ($\theta_a = \theta_q + 90$) を追加すると式(5)は式(6)となる。

$$\begin{aligned} I = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2(\theta_a - 90 - \theta_E))\cos(2(\theta_E - \theta_a)) \\ & - \cos\delta_E \sin(2(\theta_a - 90 - \theta_E))\sin(2(\theta_E - \theta_a))) \\ = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos(2(\theta_a - \theta_E))\cos(2(\theta_E - \theta_a)) + \\ & + \cos\delta_E \sin(2(\theta_a - \theta_E))\sin(2(\theta_E - \theta_a))) \\ = & (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos^2(2(\theta_E - \theta_a)) \\ & - \cos\delta_E \sin^2(2(\theta_E - \theta_a))) \\ = & (1/2)\alpha e_0^2 \sin^2(2(\theta_E - \theta_a)) (1 - \cos\delta_E) \end{aligned} \quad (6)$$

例えば、電界が存在しない ($\delta_E = 0$) 場合を考えると、受光レーザ光強度 I は0になることが分る。(漏れ光を無視すれば) 完全な暗状態である。すなわち、電界が存在することにより受光器への光が発生する。受光レーザ光強度は電界の大きさと向きに応じて変化する。十分大きな電界の変化分布がある場合、 δ_E の変化の 2π 周期で暗状態と明状態が繰り返し現れる⁽¹⁾。式(6)の関係から電界ベクトルを決定できる。しかし、 δ_E が0の近傍では図2に示されるように、受光レーザ光強度の変化割合は非常に小さい ($\delta_E = 0$ で $d(\cos\delta_E)/d\delta_E = 0$)。すなわち、 δ_E が0の近傍では感度が低い。それゆえ、測定領域媒

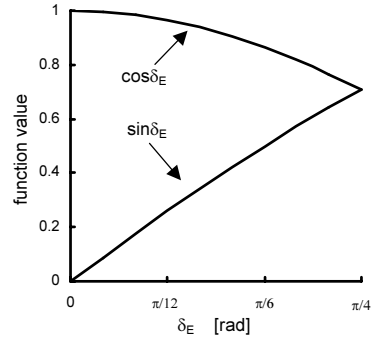


Fig.2 Function value of $\cos\delta_E$ and $\sin\delta_E$

質の電気光学効果が小さかったり、電界が低かったりして非常に δ_E が小さい場合、この δ の設定では意味のある電界情報を得ることは非常に難しい。

2つ目の設定は $\delta = 45$ [degree] ($\theta_p - \theta_q = 45$) である。この設定の場合、測定領域へは円偏光光が入射する。この条件設定により式(4)は式(7)となる。

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \sin\delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a))) \quad (7)$$

例えば、電界が存在しない ($\delta_E = 0$) 場合を考えると、受光レーザ光強度 I は今回は0ではなく $(1/2)\alpha e_0^2$ になることが分る。すなわち、 $\delta_E = 0$ で明状態である。受光レーザ光強度は前の場合と同様に、電界の大きさと向きに応じて変化する。十分大きな電界の変化分布がある場合、 δ_E の変化の 2π 周期で明状態と暗状態が繰り返し現れる。式(7)の関係から電界ベクトルを決定できる。 δ_E が0の近傍では図2に示されるように、受光レーザ光強度の変化割合は小さくない ($\delta_E = 0$ で $d(\sin\delta_E)/d\delta_E = 1$)。すなわち、 δ_E が0の近傍で、感度は低くない。それゆえ、非常に δ_E が小さい場合には、この δ の設定により電界情報を非常に得易くなる⁽²⁾。

例えば、本実験室で設定される条件の1つ(8)を使うと、式(1)より δ_E の値は 6.28×10^{-7} [rad] となる。

$$\begin{aligned} E = & 10^4 \text{ [V/m]}, \theta_E = 0 \text{ [degree]} \\ B = & 10^{-14} \text{ [m/V}^2 \text{]} \text{ (純水)} \\ L = & 0.1 \text{ [m]}, \end{aligned} \quad (8)$$

もし、測定対象の δ_E が非常に小さいならば、式(9)の近似が適用できる。

$$\sin\delta_E \sim \delta_E, \cos\delta_E \sim 1 \quad (9)$$

式(9)により、式(7)は式(10)となる。

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a))) \quad (10)$$

式(10)において、信号成分を S とおき、信号で無い成

分を N と置く (式(11), (12)). ここで N をノイズと考えると, 信号ノイズ比が S/N と定義できる (式(13)).

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \quad (11)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 \quad (12)$$

$$S/N = \delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \quad (13)$$

前出の δ_E の計算例に示されるように, S の値は一般に非常に小さく, 一方で N の値は S に比べ非常に大きい. 受光レーザー光強度 I はほぼ N により決定される. このため, 測定電界に関する微小な有用情報を得るのに常に困難が伴う. 信号を容易に読み取るために必要なことは, 光量の増加による微小信号の増大すなわち直感的にはレーザー光の増大であろう. しかし実際には一般に, レーザ光はすでに受光器およびその専用増幅器の飽和上限近くに設定使用されるのが常であり, 調整の余地は残されていない. ここでは, このような光学系を使いながら, S/N の改善, S の増幅を果たし, 信号計測を容易にする手法が検討される.

まず, 本光学系での計測光強度の式(4)に, δ_E が微小な場合の近似式(9)を適用すると, 式(4)は式(14)となる.

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_q - \theta_a)) + \delta_E \sin(2\delta) \sin(2(\theta_E - \theta_a))) \quad (14)$$

式(14)に $\delta = 45$ を設定すると, 信号が一見最大になるように見える. この $\delta = 45$ の場合に対応する前出の式(10) - (13)を基準として, 次の検討を行う. 特に, δ を変化させながらの $S, N, S/N$ の変化特性を調べる. ところで, δ の設定には2通りの方法がある.

一つ目は, θ_a を固定し, θ_p を変化させることにより δ を変化させる方法である. 前出の式(14)がその表現式となっている. 式(10)に対する式(11) - (13)のように, 式(14)に対する $S, N, S/N$ を式(15) - (17)に示す.

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \sin(2\delta) \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \quad (15)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_q - \theta_a))) \quad (16)$$

$$S/N = \delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \sin(2\delta) / (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_q - \theta_a))) \quad (17)$$

二つ目は, θ_p を固定し, θ_q を変化させることにより δ を変化させる方法である. 上の式(14) - (17)は式(18) - (21)となる.

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_p - \delta - \theta_a)) + \delta_E \sin(2\delta) \sin(2(\theta_E - \theta_a))) \quad (18)$$

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \sin(2\delta) \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \quad (19)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_p - \delta - \theta_a))) \quad (20)$$

$$S/N = \delta_E \sin(2(\theta_E - \theta_a)) \sin(2\delta) / (1 + \cos(2\delta) \cos(2(\theta_p - \delta - \theta_a))) \quad (21)$$

δ を設定する2つの方法による, $S, N, S/N$ の変化率の比較を容易にするために条件(22)を適宜使う.

$$\theta_p = 45, \quad \theta_q = 45, \quad \theta_a = 135[\text{degree}] \quad (22)$$

基準の式(10) - (13)に条件(22)を適用すると, 式(23) - (26)となる.

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 + \delta_E \cos(2\theta_E)) \quad (23)$$

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \cos(2\theta_E) \quad (24)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 \quad (25)$$

$$S/N = \delta_E \cos(2\theta_E) \quad (26)$$

θ_q が固定される場合の式(14) - (17)に条件(22)を適用すると, 式(27) - (30)となる.

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos(2\delta) + \delta_E \sin(2\delta) \cos(2\theta_E)) \quad (27)$$

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \cos(2\theta_E) \sin(2\delta) \quad (28)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos(2\delta)) \quad (29)$$

$$S/N = \delta_E \cos(2\theta_E) \sin(2\delta) / (1 - \cos(2\delta)) \quad (30)$$

θ_p が固定される場合の式(18) - (21)に条件(22)を適用すると, 式(31) - (34)となる.

$$I = (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos^2(2\delta) + \delta_E \sin(2\delta) \cos(2\theta_E)) \quad (31)$$

$$S = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_E \cos(2\theta_E) \sin(2\delta) \quad (32)$$

$$N = (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos^2(2\delta)) \quad (33)$$

$$= (1/4)\alpha e_0^2 (1 - \cos(4\delta)) \quad (33)$$

$$S/N = \delta_E \cos(2\theta_E) 2\sin(2\delta) / (1 - \cos(4\delta)) \quad (34)$$

図3, 4は, δ を基準の45から0まで変えた場合の, 基準である式(24) - (26)の値に対する式(28) - (30)と式(32) - (34)の値の変化率をそれぞれ示している. 両図に示されるように, δ が0に近づけば近づくほど S と N は減少し, S/N は増加している. いくら S/N が改善されても, S の値が小さくなっては測定への利点は少ない. 一方, 基準設定において, 受光器およびその専用増幅器の上限近くに設定されていた受光レーザー光強度 (ほぼ N に等しい) が減少しており, その減少分は入射レーザー光量 (e_0^2) の増加を可能にする. 受光レーザー光強度を基準値一定に保つことにすると, 入射レーザー光量は, δ_q 固定の場合で $1/(1 - \cos(2\delta))$ 倍, δ_p 固定の場合で $2/(1 - \cos(4\delta))$ 倍増大可能となる. この操作により, S の変化率は S/N の変化率と一致することになる (図5, 6). また, この操作により計測はいつも, 受光器およびその専用増幅器の使用上限近くの安定した条件において実施できることになる. そしてこのことは, 通常, 減光フィルター等で調節制限して使用することの多いレーザー出力を最大限利用できることを意味している.

許容される入射レーザー光量, 受光器によって許容される受光レーザー光量, 受光器増幅器の増幅率, 受光器増幅

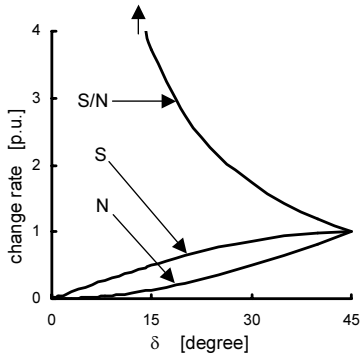


Fig.3 S, N and S/N- δ for θ_q fixed

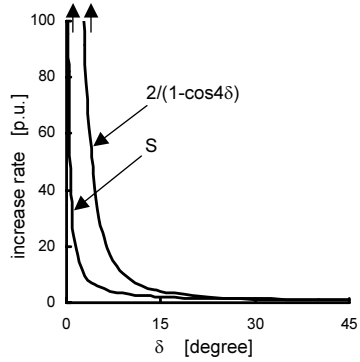


Fig.6 S and $2/(1-\cos(4\delta))-\delta$ for θ_p fixed

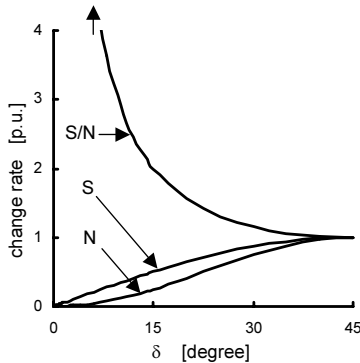


Fig.4 S, N and S/N- δ for θ_p fixed

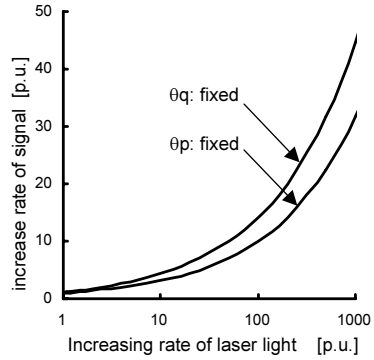


Fig.7 Comparison of increase rates of signal

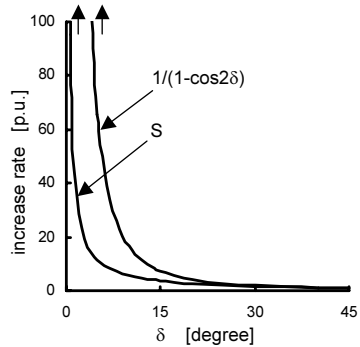


Fig.5 S and $1/(1-\cos(2\delta))-\delta$ for θ_q fixed

器の飽和上限の関係をここで改めて確認しよう。増幅率と受光量上限が基準の δ において設定されると、許容入射レーザー光量および受光レーザー光強度が決まる。すなわち、もし受光器およびその増幅器の上限が固定されているとするならば、増幅率を高く設定すればする程、レーザー光量は小さく調整しなければならない。レーザー光を小さくするこの調整の程度が大きければ大きい程、 δ の変

化に応じて受光レーザー光強度を一定に保つためのレーザー光増大幅が大きく確保できることから、より小さい δ の選定すなわちより大きな信号増幅が可能になる。図7に示されるように、レーザー光の同じ増加率に対して、両手法でのSの増加率を比べると、 θ_q を固定した場合の方が、 θ_p を固定した場合に比べ、Sの増加率が約1.5倍大きい。

3. 実験

図1で示した電気光学効果を利用した一般的な電界計測システムを使い、上述した理論を確かめる実験を行った。主な条件設定はすでに(8)で述べた。実験においては、計測を容易にするために交流変調法⁽²⁾を使った。交流変調法においては、ロックインアンプを使い、変調成分を分離計測できる。計測される電界は式(35)で示される。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{dc} + \mathbf{E}_{ac} \sin(\omega t) \tag{35}$$

ここで、 \mathbf{E}_{dc} と \mathbf{E}_{ac} は、それぞれ大きさ： E_{dc} , E_{ac} 、向き： θ_{Edc} , θ_{Eac} である。

測定されるレーザー光強度は式(36)のように表される。

$$I = I_{dc} + I_{1f} \sin(\omega t) - I_{2f} \cos(2\omega t) \quad (36)$$

ここで、 I_{dc} 、 I_{1f} 、 I_{2f} は(8)と(22)の条件を使って、次のように与えられる。前の検討と同様に、ロックインアンプによって計測される変調信号成分 I_{1f} 、 I_{2f} はそれぞれ S_{1f} 、 S_{2f} と、非信号成分 I_{dc} は N と置く。

基準の条件の場合

$$I_{dc} = N = (1/2)\alpha e_0^2 \quad (37)$$

$$I_{1f} = S_{1f} = (1/2)\alpha e_0^2 \delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) \quad (38)$$

$$I_{2f} = S_{2f} = (1/2)\alpha e_0^2 (1/2)\delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) \quad (39)$$

$$S_{1f}/N = 2\delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) \quad (40)$$

$$S_{2f}/N = (1/2)\delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) \quad (41)$$

ここで、

$$\delta_{E1f} = 2\pi B L E_{dc} E_{ac} \quad (42)$$

$$\delta_{E2f} = 2\pi B L E_{ac}^2 \quad (43)$$

θ_q を固定した場合、

$$I_{dc} = N = (1/2)\alpha e_0^2 (1 - \cos(2\delta)) \quad (44)$$

$$I_{1f} = S_{1f} = \alpha e_0^2 \delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) \sin(2\delta) \quad (45)$$

$$I_{2f} = S_{2f} = (1/4)\alpha e_0^2 \delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) \sin(2\delta) \quad (46)$$

$$S_{1f}/N = 2\delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) \sin(2\delta) / (1 - \cos(2\delta)) \quad (47)$$

$$S_{2f}/N = (1/2)\delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) \sin(2\delta) / (1 - \cos(2\delta)) \quad (48)$$

θ_p を固定した場合、

$$I_{dc} = N = (1/4)\alpha e_0^2 (1 - \cos(4\delta)) \quad (49)$$

$$I_{1f} = S_{1f} = \alpha e_0^2 \delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) \sin(2\delta) \quad (50)$$

$$I_{2f} = S_{2f} = (1/4)\alpha e_0^2 \delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) \sin(2\delta) \quad (51)$$

$$S_{1f}/N = 2\delta_{E1f} \cos(\theta_{Edc} + \theta_{Eac}) 2 \sin(2\delta) / (1 - \cos(4\delta)) \quad (52)$$

$$S_{2f}/N = (1/2)\delta_{E2f} \cos(2\theta_{Eac}) 2 \sin(2\delta) / (1 - \cos(4\delta)) \quad (53)$$

S 、 N 、 S/N の変化特性は、上式に示されるように、 S_{1f} 、 S_{1f}/N が2倍になり、 S_{2f} 、 S_{2f}/N が1/2 になっていること以外は、前述の理論的検討で得られた結果と同じである。 δ の設定において、理論的検討から判断すると、 θ_p を固定するよりも θ_q を固定した方が有利であるが、実験的検証においては、 θ_p 固定が選択される。その理由は、 θ_p を変化させると光学実験の基本である入射レーザー光条件が変化することから、不正確な結果を導入してしまう可能性を否定できないからである。

後に示されるように、 δ の基準設定において、本実験システムの電界測定下限は交流電界 E_{ac} に対し、約80 [V/cm] である。この限界は、ロックインアンプにおい

て、約1[μ V] 以下の測定値が正確かつ安定に読み取れ無くなることによる。すなわち、もし、信号が約1[μ V] を超えて増幅されるならば、理論上、測定が可能になることを意味している。

δ を基準設定の45から0に向かって減少させていくと、受光レーザー光強度 I_{dc} はその都度減少するが、その減少を減光フィルターの調節により補うことにより、 δ が8の設定までは I_{dc} を一定に保つことができた。この減光フィルターの調節で、入射レーザー光は約13倍増加し、 S の値は約3.6倍増幅された。

電界値：80, 60, 40, 20 [V/cm] をパラメータとし、 I_{dc} を一定に保った場合に式(51)、(53)により推定される I_{2f} の値を δ の関数として図8に示す。■印はロックインアンプで測定された I_{2f} の値である。本図で、約80 [V/cm] が、 δ の基準設定における測定下限であることが確認できる。また、80 [V/cm] において、 δ の設定値に対する理論的推定に応じた I_{2f} の値の増幅が確認できる。さらに、 δ の基準設定では測定できなかった電界値60, 40 [V/cm] に対して、 δ を減じつつ、一方で I_{dc} を一定に保つことにより I_{2f} が増幅され、約1[μ V] の値を超えた時、 I_{2f} の値が測定できるようになっていることが示されている。

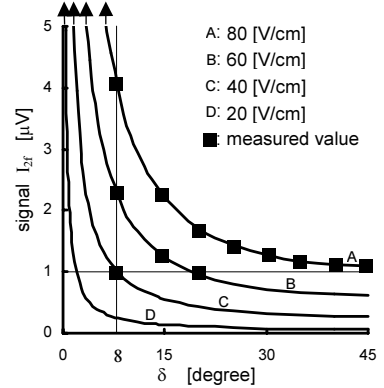


Fig.8 $I_{2f}-\delta$ with constant received light

4. 結論

電気光学効果を利用した電界計測のための一般的なシステムを使い、 $\delta (= \theta_p - \theta_q)$ を基準の45から0へと減じながら、受光レーザー光量を一定に保つことにより、電界信号成分の増幅が可能であることを示した。本実験において、 δ を8に設定したとき、レーザー光量は約13倍増加され、電界信号成分は約3.6倍に増幅された。理論上本手法の限界は、レーザー光量増の上限、受光器増幅器の増幅率上限および受光器増幅器飽和上限に依存するが、

システム光学系の消光比にも大きく依存する。例えば、消光比が 10^{-6} の場合、レーザ光光量の増幅率が約 10^4 を超える辺りから、使用する光学システムの漏れ光に対する考慮が必要になり、さらに増幅率が約 10^6 を超える辺りから、観測光のすべてが漏れ光そのものとなることが予想される。現状では、実験において理論通りの電界信号増幅が得られていることから、どこまで δ を0に近づけられるのか、どこまで電界信号を増幅できるのかをさらに追究する予定である。

参 考 文 献

- (1) E. C. Cassidy, "Pulsed laser Kerr System Polarimeter for electro-optical fringe pattern measurement of transient electrical parameter". *The Review of Scientific Instruments*, vol. 43, no. 6, pp.886-893, 1972.
- (2) S. Sumiyoshitani, "Study on Kerr electro-optic field measurement method for nonuniform three-dimensional electric field". *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, vol. 141, no. 5, pp.418-422, 1994.