経済学と心理学の間：効用理論の変遷

川　山　里　菜*
山　﨑　好　裕**

はじめに

2002年のノーベル経済学賞はダニエル・カーネマンとバーノン・スミスに贈られた。おそらく、これが行動経済学に世間の注目が集まるきっかけとなったと言っていいだろう。カーネマンは心理学者のエイモス・トヴェルスキーとともにプロスペクト理論を1979年に発表しており、これがノーベル賞の受賞理由となった。彼らの議論は経済学に心理学的事実を導入したものであり、その点が画期的だとされるのである。しかし、そもそも、1870年代初の限界革命によって近代経済学が誕生したとき、その前提となったのは効用に関する心理学的な事実であったのではなかったか。その意味で経済学は当初から行動経済学であったと言えるのである。

その後、効用理論には、経済学諸領域の基礎として公理化が進められるという流れがあった。しかし、公理主義的な体裁を取りながらも、それぞれの時代の心理学上の発展や研究動向の影響も受けてきたように思われる。

そして、フォン・ノイマン＝モルゲンシュテルンによる期待効用理論の提示以降、不確実性下の意思決定を巡って種々のパラドックスが指摘されるよ

*福岡大学大学院経済学研究科
**福岡大学経済学部教授

うになった。上記のプロスペクト理論など行動経済学と繋がる理論は、心理学的事実を言わば、アドホックに導入しているきらいがある。一方で、公理の変更によって、こうしたパラドックスに対応しようという動きも続いており、そうした対比のなかに効用理論の現在はあるのである。

本稿ではそうした効用理論の変遷について学説史的な外観を行い、最後に今後の発展展望に言及した。

1．ベルヌーイ・ラプラス・フェヒナー

ダニエル・ベルヌーイの1738年論文こそすべての発端であった[1]。ダニエルは従兄弟ニコラスのサンクトペテルブルクの逆説を回避するために、リスクに関する新しい理論を提起した。ニコラスは1713年、ピエール・レイモンド・ド・モンモールに書簡を送り、賭け事に関する五つの問題を示した。そのなかの一つが、無限回のコイン投げゲームで n 回目に表が出た場合、2^{n-1} ルーブルを得られるのだが、参加費が100万ルーブルであっても参加すべきかどうか、という問題であった。

ダニエル・ベルヌーイは効用を表すのにエモルメンタムというラテン語の単語を用いるが、この変化を対数関数で表現する。そして、上記の問題の解決として、人は賞金の期待値ではなく逓減するエモルメンタムの期待値を考慮するのだ、と説明した。ベルヌーイによれば、富の増加は常にエモルメンタムの増加に帰結するが、後者の増加は既に所有している富の総量に反比例する。ベルヌーイ論文の図解を式で示すと、下記の微分方程式を得る。

$$\mathrm{dy} = \frac{bdx}{x}$$

1　この論文はクールノーの著書よりもちょうど100年早い。

ここで y はエモルメンタム、x は富の量を示す。現在の富をαとし、それがβまで増加するときのエモルメンタムの総量は微分方程式をαからβまで積分して求めることができる。

$$y = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{bdx}{x} = b(\log\beta - \log\alpha)$$

ベルヌーイから120年後に、人間の感覚強度が対数関数的な逓減を見せることを物理学的に示そうとする動きが現れる。光の強さをルクス数で２倍、10倍と変化させたとしても、人間の明るさの感覚は２倍、10倍とならない事実は早くから知られていた。心理的に感じる明るさを数量的に表し、法則性を捉えようとしたのはグスタフ・フェヒナーであった。彼の明らかにした物理量と感覚量の数量的関係性はフェヒナーの法則と呼ばれている。

フェヒナーは1801年に東南ドイツの村で牧師の子として生まれた。ライプチヒ大学医学部を卒業したが物理学に転向し、1834年にライプチヒ大学の物理学教授に就任した。だが、実験中の事故で失明したことから1839年に辞職し、療養と思索に時を過ごした。やがて、1860年に発表した『精神物理学原論』全２巻が大きな反響を呼んで学会に復帰することになった。

フェヒナーが参考にしたのは、やはりライプチヒ大学で生理学を教えていたエルンスト・ヴェーバーが発見したヴェーバーの法則である。ヴェーバーは人間が感覚的に識別できる物理量の最小の差異である弁別閾は、差異の絶対値で決まるのではなく、物理量の水準に対して比例的に変化することを実験によって見出した。すなわち、物理量の微分である弁別閾の、物理量の水準に対する比率は一定であるという法則性である。フェヒナーはヴェーバーの発見から発想を借用するかたちで、感覚の強度は刺激の大きさの対数に比例すると仮定した[2]。

言うまでもなく、フェヒナーは明らかにベルヌーイの論文を前提にしている。

ピエール=シモン・ラプラスもベルヌーイの論文を受けて、1812年の著書で、精神的幸運は物質的幸運の対数に比例すると明確に述べた。その後の研究でフェヒナーの法則に対する批判が相次いだ。その基礎となっているヴェーバーの法則自体、刺激量の比較的狭い範囲でしか成り立たない近似法則であり、一般的にはヴェーバー比が一定とはならないことが示された。また、数学的に、フェヒナーの主張では二つの物理量の幾何平均がそれらに対応する感覚量の中点になるはずだが、実際の感覚ではそう感じられないことも指摘された。

ただし、経済学ではこれら心理法則に関する別な展開が見られた。エッジワースは1877年の著作において、フェヒナーの法則を取り上げ、倫理学を物理的な心理法則によって基礎づけることを主張した。マーシャルはジェボンズのアプローチについて、数学的すぎる点を批判しつつも基本的な点で賛同した。

２．序数的効用理論と顕示選好理論

経済学史上の教科書的事実としては、限界革命期当初の基数的効用概念が、パレートやヒックスによって20世紀初に序数的効用概念へと置き換えられていったということがある。さらに、第２次世界大戦後になると自覚的な公理論的証明という手法が用いられることになり、ウォルド、アイレンベルグ、ハーシュタイン＝ミルナー、そして、ドブリューらによって効用理論が公理論的な完成を見るに至った。19世紀に残存していた心理学的傾向は、この段

[2] フェヒナー自身は著書で、弁別閾を最小の差異としておきながら、法則の導出にそれ以下の感覚の微分値を用いている点で矛盾している。むしろ、ヴェーバーの法則の式をそのまま用いた方が矛盾なくフェヒナーの式を導くことができる。

階で効用理論から一掃され、数学的体系としての経済学が自己完結したのだと言っていい。消費集合に順序が存在するという事実は公理として与えられており、その限りで心理学的実証は必要としないのである。

また、選好順序やその性質を公理としてしまうことの裏返しとして、消費者が外形的に表す購買行動と価格との関係から無差別曲線を直接導けるとする顕示選好理論が1947年、サミュエルソンによって提起される[3]。サミュエルソンの弱公理では３次元以上の場合を扱えなかったが、ハウタッカーは1950年に論文を書き、強公理によってこれを解決した。今特定の価格と所得に対応する需要ベクトルを x、間接的な顕示選好関係を R^* で表せば、今日定理は次のように表現される。

任意の x^0 と x^1 に対して、$x^0R^*x^1$ のとき $x^1R^*x^0$ ではない。

このように、経済学の公理化が進んでいく過程は、心理学主義的な要素を残していた効用概念を不必要にしていく過程であった。しかし、併せて進んでいた序数的効用概念を徹底する流れは1944年に突如断ち切られることになる。ゲーム理論の形成に当たって不確実性下での意思決定を問題にする必要に迫られたフォン・ノイマン＝モルゲンシュテルンは、公理的なかたちで、実数値で表される効用関数を提起したのであった。いわゆるNM効用関数である。

[3] 顕示選好理論には行動主義的心理学を思わせるところがある。行動主義は心理学者のジョン・ワトソンが1919年に提起した方法論であり、心理現象を内省的に記述するのではなく、表に現れた行動から客観的に把握しようとする立場であった。顕示選好理論も、無差別曲線という心理学的残滓を感じさせる概念を用いず、人間の購買行動の持つ簡単な整合性の条件から選好関係を導こうとする。

3．アレのパラドックスと独立性公理

不確実性下の効用関数に関して、サミュエルソンが独立性公理と呼んだ性質が存在している。公理は、三つの確率分布 μ^1, μ^2, μ^3 が存在して $\mu^1 > \mu^2$ ならば、$\lambda\mu^1 + (1-\lambda)\mu^3 > \lambda\mu^2 + (1-\lambda)\mu^3$ ということを言っている。ただし、ここで不等号は大小関係ではなく選好関係である。アレのパラドックスはこの独立性公理が現実には成り立っていないとして批判するものであった。

今、賞金を x＝（0円，500万円，100万円）とする籤があり、対応する確率分布が μ^1 ＝（0，0，1），μ^2 ＝（1/11, 10/11, 0），μ^3 ＝（1，0，0），λ ＝0.11だとする。確率分布をそれぞれ見れば、人は確実に100万円手に入る方を不確実な500万円より好みそうなので $\mu^1 > \mu^2$ となる。つまり、独立性公理によれば、(0.89，0，0.11）＞（0.9，0.1，0）が成り立たねばならない。しかし、明らかにこの選好は不自然と言わざるをえない。もしこうならば、500万円が10%の確率で手に入ることよりも100万円が11%の確率で手に入る方がよいということを意味しており、我々の直感と逆の判断になるのである。

このパラドックスを解消するためには独立性公理を捨てなければならない。カーネマン＝トヴェルスキーのプロスペクト理論では、確率重み付け関数を用いて、人々が客観的な確率をそのまま使わずに主観的な評価を使って行動を決定すると説明する。また、効用関数を価値関数と呼び変えて、人々が損失を利得よりも重要視するとするのである。しかし、確率重み付け関数や価値関数の形状は経験的な人間心理から、パラドックスを解消するように恣意的に決定されているのである。したがって、これは経済学初期の、素朴な心理学依存への回帰だと言わざるを得ない。

現代経済学の観点からの、アレのパラドックスの上手な説明はマシーナによって行われた。カーネマン＝トヴェルスキー論文の８年後のことである。

マシーナは「扇形に開いた（fanning-out）無差別曲線」という特殊な形状の無差別曲線を想定してパラドックスを解消したが、そこでは危険回避の性向が一定ではなく、ある方向に向かって強くなっていくことが想定される。具体的には低金額の確率が低くなるほど危険回避的になり、低金額の確率が高くなるほど危険愛好的になる。

独立性公理が意味しているのは、期待効用が確率に関して線形であることである。したがって、これを確率に関して線形でなくすればアレのパラドックスを解消できる。マシーナの無差別曲線では、元々低金額の確率が低いときは高金額の確率の上昇が小さくても効用を一定に保てるのに対して、低金額の確率が元々高いとき、その更なる上昇を補償するために高金額の確率の上昇が大きくならなければならない。アレのパラドックスは前者の場合に相当するため、我々は少しくらい確率が低くても高金額の方を選ぶのである。つまり、我々のなかでは、財の選択において限界代替率が逓減していくのと全く同じように、高金額確率の低金額確率に対する限界代替率が逓増していく[4]。

おわりに

行動経済学という用語は、カーネマン＝トヴェルスキーのアプローチを指していると考えられるが、それは客観的確率をその主観的評価に、効用関数を価値関数に置き換え、その中身は心理学的事実にオープンにするというものであった。だが、それは何らかの「期待効用」を最大化するという現代経済学の枠組みを出るものではない。期待効用の最大化という点では、確率に関する無差別曲線の公理を修正するマシーナのアプローチも同様である。

[4] マシーナの議論は無差別曲線の枠組みを使っていることから明らかなように、実数の効用を必要としない序数的効用理論である。

すなわち、イムレ・ラカトシュのリサーチ・プログラム論の用語を使えば、これらの理論は防御帯の理論であって現代経済学のハードコアに取って代わるものではないということだ。そもそも、現代経済学と交代できるような新しいパラダイムはその影すら見えず、現代経済学は防御帯を厚くしながら当面延命していくことが予測される。

かつて、フリードマンは、その実証経済学の方法論で現実と対応させるのは推論であって、理論の前提はむしろできるだけ非現実的な方がいいと述べた。これはサミュエルソンによってFツィストと揶揄されたが、現状はサミュエルソンが公理化に一役買った効用理論の仮定が揺らいでいることを示している。しかし、現代経済学がハードコアとしての効用最大化を放棄することができない以上、今後も防御帯の理論の部分的な修正によってリサーチ・プログラム全体を弥縫していくしかないことであろう。

参考文献

Allais, M.（1953),‘ Le comportement de l’homme rational devant le risque, critique des postulats et axioms de l’ecole américaine,’ *Econometrica* 21, 503−546.

Bernoulli, Daniel（1738),‘ Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis,’ *Commetarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolotanae,* Tomus V., 175−192, translation by Louise Sommer in *Econometrica,* 22（1954), 26−36.

Cournot, Antoine Augustin（1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses,* English translation by Nathaniel Bacon with a bibliography of mathematical economics by Irving Fisher, *Researches into Mathematical Principles of the Theory of Wealth,* New York, The Macmillan Company, 1897.

Debreu, Gerard（1959), *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium,* Wiley, New York.　丸山徹訳『価値の理論』東洋経済新報社、1977年。

Edgeworth, Francis Ysidro（1877), *New and Old Methods of Ethics or“ Physical Ethics ” and “ Methods of Ethics ”,* James Parker.

Houthakker, H. S.（1950),‘ Revealed Preference and the Utility Function,’ *Economica* 17, 159−174.

Kahneman, D. & A. Tversky（1979），‘ Prospect theory: An analysis of decisions under risk,’ *Econometrica* 47, 313−327.

Lapalace, Pierre-Simon（1812），*Théorie Analytique des Probabilités*, Mme Ve Courcier.

Machina, Mark J.（1987），‘ Choice Under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved,’ *Journal of Economic Perspectives* 1, 121−154.

Neumann, J. von & O. Morgenstern（1944），*Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.　銀林浩・橋本和美・宮本敏雄訳『ゲーム理論と経済行動』Ⅰ−Ⅲ、ちくま学芸文庫、2009年。

Samuelson, P. A.（1947），*Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Harvard University Press.　佐藤隆三訳『経済分析の基礎』勁草書房、1967年。